Årg. 40:2 Juni 1957

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

ANDRA HÄFTET

Arne Ölander, De kemiska reaktionernas mekanism. Nobelpriset i kemi 1956 77

Björn Bergqvist, Astronautik och rymdfart 89

Eve Staffansson, Aktuell experimentalfysik 106

Stig Andersson, Kemilärarbristen och kemilärarnas arbetsbörda 109

Notiser: Bertil Nilsson, Anordning för uppritande av ellips och hyperbel på en tavla; W. Schock, Uppg. 7 i matematik specialkurs, jan. 1957; Bertil Nilsson, Kaustikan; Bengt Liljeqvist, Demonstration av ljusets brytning i en lins; G. Starck, Inversion av reducerande disackarider; Sven Östling, Hydrering av omättade fetter; Harry Hellström, Sätt att lossa glasproppar 111

Gradualavhandlingar: Kurt Pettersson; Tore Dalenius; Tor Wiedling.... 117

Bokanmälningar: Hyltén-Cavallius/Sandgren, Matematisk analys; Nyhlén/Amundsson/Broman, Funktionslära och analytisk geometri för gymnasiet; Burkill, The Theory of Ordinary Differential Equations; Dollon, Problèmes d'agrégation; Townsend, The Structure of Turbulent Shear Flow; Colloques sur les équations aux dérivées partielles; Tolansky, An Introduction to Interferometry; Martin, Geometrical Optics; Blüh/Elder, Principles and Applications of Physics; Lundberg, Hållfasthetslära för tekniska läroverk; Dahlin/Elfman, Elementär hållfasthetslära; Bellander, Televisionsmottagaren; Hoelscher/Springer, Engineering Drawing and Geometry; Silicium/Schwefel/Phosphate (Colloquium); Lederer, Progrès récents de la chromatographie; Daniels/Mathews m. fl., Experimental Physical Chemistry; Drexler, Lehrbuch der anorganischen Chemie; Langeheine, Qualitative Analyse in den chemischen Arbeitsgemeinschaften; Junk, Heller als tausend Sonnen. Die Geschichte der Atomforscher 121, 152

Problemavdelning:

Matematiska problem (red. av S. Bågman) 135
Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen mars 1957 138
Realexamen v.t. 1957: Provräkningar 145
Praktisk realexamen v.t. 1957: Uppg. i fysik, Uppg. i kemi med laboratorieteknik, Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära 147

Författare i detta häfte (omslaget); Insänd litteratur (annonsbladet vid sid. 89).

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Lindström och Johnssons AB; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Förfråga Eder direkt hos red. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:—, för årg. 35—38 kr. 12:50, för årg. 39 kr. 15:—.

Pärmar av grön klot à 3:—+25 öre i porto; varje pärm avsedd för två årg.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953—1955 à kr. 1:40, för 1956 à 2:20.
Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Särtryck ur ELEMENTA:

2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:60.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm

---

En Elementa-serie, årg. 1-36 i 18 förlagsbd och en serie, årg. 13-36 i 12 förlagsbd finns att tillgå. I den förra saknas h. 3 i årg. 1; den senare är fullständig. Upplysning genom redaktionen.

Pärmar avsedda för två årg. finns endast i mindre antal till årg. 21(1938)/22 1939 t. o. m. 37(1954)/38(1955). Nytillverkade pärmar för dessa och för årg. fr. o. m. 39/40 kommer ej att vara försedda med årgångs- och årtalstryck men blir i övrigt lika med tidigare. Pris per pärm kr. 3:—+25 öre i porto.

Problemhäfte 1956 innehåller utom sedvanliga examensuppg. "Övningsuppg. i matem. till studentexamen" utarb. av Skolöverstyrelsen. Se närmare härom i dec.h., omslagets andra sida. Häftets pris är kr. 2:20+15 öre i porto.

Författare i detta häfte: lektor S. Andersson, Lund; civiling. B. Bergqvist, Stockholm; fil. lic. G. Björck, Stockholm; prof. G. Borg, Stockholm; lektor E. Dahlin, Stockholm; fil. dr T. Dalenius, Stockholm; civiling. U. Enfors, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; fil. lic. W. Forsling, Stockholm; laborator U. Hellsten, Stockholm; fil. dr H. Hellström, Solna; prof. E. Ingelstam, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor B. Liljeqvist, Stockholm; laborator A. Magneli, Stockholm; fil. mag. B. Nilsson, Stockholm; fil. dr K. Pettersson, Uppsala; lektor L. Sandgren, Malmö; lektor W. Schock, Stockholm; fil. mag. S. Schwarz, Stockholm; docent E. Staffansson, Göteborg; lektor G. Starck, Stockholm; lektor E. Storm, Stockholm; dr. techn. H. v. Ubisch, Stockholm; fil. dr T. Wiedling, Stanford, U.S.A.; prof. A. Ölander, Stockholm; lärov. adj. S. Östling, Falun.

Lärobok i matematik för realgymnasiets biologiska gren

Fredrik Ehrnst

MATEMATIK för Rbi

- Direkt avpassad för realgymnasiets biologiska gren.
- Samtliga kursmoment som skall läsas på denna gren samlades i en enda lärobok.
- Innehåller analytisk geometri och rymdgeometri, funktionslära och grunderna för matematisk statistik.
- Illustrerad med ett stort antal figurer.

9:50

Lärarrabatt vid direkt rekv. från förlaget 25 %

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE

AKTUELLT

Atomålderns elementarfysik i experimentell belysning

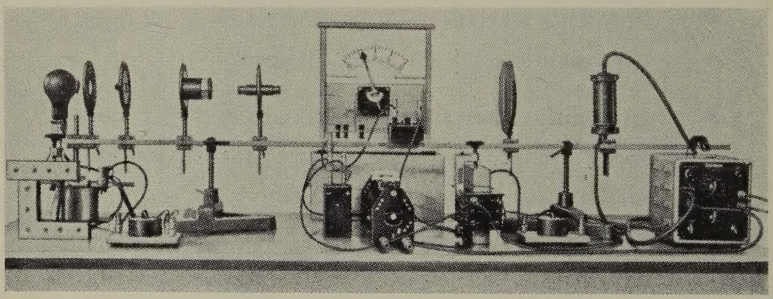
Tredje delen av

LEYBOLDS PHYSIKALISCHE HANDBLÄTTER

nu utkommen. Fundamentala kvantitativa demonstrationer i *elektricitetslära, optik* och *atomfysik* bl. a.

Ljushastighet · Fotoelektrisk effekt · Spektroskopi · e/m-bestämning Röntgenstrålningens jonisation · Elektronstötförsök · α-partiklars räckvidd · β-spektrum · Halveringstid · Mikroskopets upplösning

Bild (2) på blad 535.215. 2, b



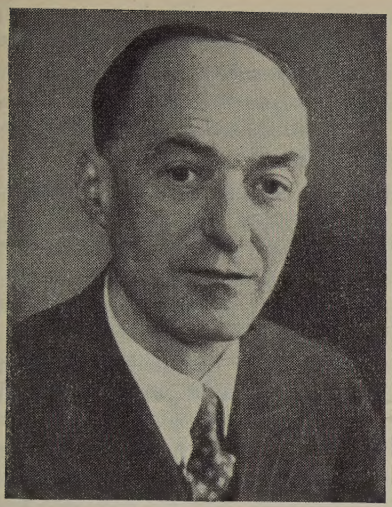
Bestämning av Plancks konstant

LEYBOLD · KVALITET · UTVECKLING

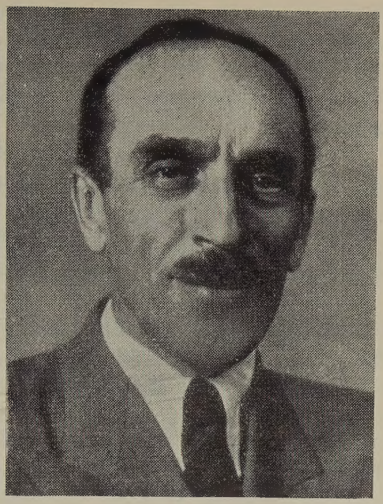
RUDOLPH GRAVE AB

SKOLAVDELNINGEN

Box 3082, Malmskillnadsg. 48c, Stockholm 3, Tel. 23 37 80
Box 6058, St. Nygatan 27b, Malmö 6, Tel. 381 25



Cyril Hinshelwood



Nikolai Semenov

De kemiska reaktionernas mekanism

Nobelpriset i kemi 1956

Av professor Arne Ölander, Stockholm

Det Nobelpris i kemi som 1956 delats mellan sir Cyril Norman Hinshelwood i Oxford och akademikern Nikolai Nikolajevitj Semenov[1] i Moskva för deras undersökningar över kemiska reaktioners mekanism, ansluter sig nära till det första Nobelpriset i kemi, som 1901 utdelades till holländaren Jacobus Henricus van't Hoff för upptäckten av lagarna för den kemiska dynamiken.

Jag erinrar om att van't Hoff och Svante Arrhenius på 1800-talet klargjorde att för att en kemisk reaktion skulle kunna ske, måste de deltagande molekylerna vara särskilt energirika, vare sig nu detta inträffar så, att dessa molekyler stöter mot varann med stor hastighet och tillhörande kinetisk energi, eller åtminstone den ena molekylen har en inre energi, varvid närmast svängningsenergi hos atomerna kommer ifråga. Den statistiska mekaniken lärde att den bråkdel av

[1] uttal: Semjónoff.

Föredrag i Norsk Kjemisk Selskap, Trondheims avdeling, den 30 nov. 1956.

alla närvarande molekyler, vars energi översteg molekylens grundtillstånd med ε, åtminstone i första approximation var proportionell mot exp $(-\varepsilon/kT)$, där k är Boltzmanns konstant och T är temperaturen. Förlänges exponenten med Avogadros konstant N, får formeln utseendet

$$\exp(-A/RT)$$

där R är gaskonstanten och storheten A kallas aktiveringsenergin, som då räknas per mol substans. En reaktions hastighet ändrar sig merendels med temperaturen enligt den just angivna formeln, och man kan på så sätt bestämma varje reaktions aktiveringsenergi.

Sedan Max Planck år 1900 funnit att ljuset måste antas bestå av diskreta kvanta, framställde Johannes Stark och Albert Einstein tanken att de reaktioner som påverkas av ljus har den mekanismen att varje molekyl som absorberat ett kvantum därmed får förmåga att reagera kemiskt. Många reaktioner — t. ex. blekning av färgämnen — har ett kvantutbyte som är mycket mindre, men det är intet underligt att tänka sig att en av ljuset aktiverad molekyl åter kan desaktiveras utan att reagera. Svårare var det att förklara sådana fall då varje absorberat ljuskvantum orsakade omsättning av ända till en million molekyler. Så skedde vid klorknallgasreaktionen

$$H_2+Cl_2=2\ HCl$$

Max Bodenstein fick då år 1913 en idé som visat sig vara ytterst fruktbar. Det är idén om kedjereaktioner. Den innebär, att om ett par molekyler reagerar, så bildas inte bara molekyler av de slutliga reaktionsprodukterna utan därjämte obeständiga molekyler, som har förmågan att reagera med andra av dem som fanns från början *utan* att sammanstötningen måste vara särskilt häftig. Vid denna reaktion bildas återigen jämte reaktionsprodukterna nya obeständiga molekyler osv. Man får alltså en kedja av reaktioner, så att ett par molekyler, som väl har reagerat, drar med sig ett stort antal andra. Bodensteins första förslag till reaktionsmekanism för den nämnda reaktionen har visserligen inte godtagits, men Walter Nernst föreslog 1918 följande mekanism, som allmänt accepterats:

$$(Cl_2+h\nu=2\ Cl)$$
$$Cl+H_2=HCl+H$$
$$H+Cl_2=HCl+Cl$$
$$\text{osv.}$$

Dessa reaktioner har ingen eller obetydlig aktiveringsenergi, så att de fria atomerna reagerar ojämförligt mycket lättare än stabila molekyler, som först måste råka få ett mycket betydligt energiinnehåll.

En dansk och en holländsk forskare, Christiansen och Kramers, påpekade år 1923 att en dylik kedjereaktion inte nödvändigtvis måste börja med en av ljus påverkad molekyl, utan den kunde också börja

med ett par molekyler som stött häftigt ihop, som van't Hoff hade föreställt sig. Så är t. ex. fallet då klorknallgasreaktionen försiggår i mörker. Sådana kedjereaktioner studerades tidigt även i flytande reaktionsblandningar av Hans Bäckström, numera i Göteborg. Karakteristiskt för kedjereaktionerna är att vissa tillsatser kan ta hand om de reaktionsbenägna molekylslagen, varigenom den totala reaktionen kraftigt hejdas, så som t. ex. i fallet klorknallgas sker vid oxygentillsats. Detta brukade kallas negativ katalys, men ett bättre namn på fenomenet är inhibition eller retardation, ty inhibitorn, den »negativa katalysatorn», förbrukas, vilket ju en positiv katalysator enligt sin definition inte gör.

På 1880-talet förklarade man explosionsfenomenet efter Le Chateliers föredöme så, att en starkt exoterm reaktion icke hann avge värme till omgivningen, utan blandningen blev allt varmare och varmare, varigenom reaktionen gick allt snabbare.

Christiansen och Kramers framställde i nyssnämnda avhandling även en annan fruktbar idé. Om i ett led i reaktionskedjan det bildas inte en, utan två eller flera obeständiga molekyler, kommer reaktionskedjan att grena sig. Det har till följd att reaktionen sprider sig över hela blandningen, så att den i sin helhet reagerar ytterligt fort, vi får helt enkelt en explosion. Här har vi en alldeles ny förklaring av explosionerna. De nämnda forskarna utarbetade emellertid inte denna idé vidare utan ägnade sig åt andra forskningar.

I fallet klorknallgas får man tänka sig att nybildade energirika HCl-molekyler ofta dissocierar Cl_2-molekyler till 2 Cl. Skillnaden mellan Le Chateliers och Christiansen-Kramers betraktelsesätt blir i detta speciella fall inte så stor.

Enligt van't Hoffs lagar för den kemiska dynamiken skall en reaktionshastighet vara proportionell mot koncentrationen av de i reaktionen deltagande ämnena. van't Hoff själv visste dock väl att talrika undantag finnes härifrån, något som senare tiders läroböcker inte brukar särskilt betona. För att ta ett exempel: Fosfor lyser ju i mörker, eftersom den oxideras av luftens oxygen. Man skulle då vänta sig att fosfor som ligger i ren syrgas skulle lysa fem gånger så starkt, eftersom luften bara innehåller 20 % oxygen. Men redan 1788 iakttog Fourcroy att fosforn inte lyser alls i ren syrgas. Å andra sidan fann Joubert 1874 att lysandet tvärt upphörde då oxygenhalten understeg en viss gräns.

Vi har nu givit en kort återblick på utvecklingen intill den tid då årets nobelpristagare började göra sin insats.

Efter att under slutet av första världskriget ha arbetat som kemist i brittiska ammunitionsdepartementet började Hinshelwood aka-

demiska studier i Oxford. Redan från början ägnade han sig åt reaktionskinetik och publicerade från år 1919 talrika avhandlingar över de mest skilda problem på detta område.

En intressant undersökningsserie behandlar myrsyrans katalytiska sönderfall. Denna förening kan sönderfalla på två olika sätt:

$$HCOOH = H_2 + CO_2$$
$$HCOOH = H_2O + CO$$

På glas har den första reaktionen aktiveringsenergin 28 000 cal, den senare 16 000 cal, på andra katalysatorer finner man liknande värden. Vid 280°C går de båda reaktionerna lika fort (på glas). Eftersom vid denna temperatur ca. 60 000 gånger så många molekyler är aktiverade med 16 000 cal/mol som med 28 000 cal/mol måste sannolikheterna för reaktion i de två riktningarna vara mycket olika.

En annan serie berör katalytiska sönderfall av HI och andra gaser på olika ytor. Som exempel kan nämnas att sönderfallet av HI på platina är en första ordningens reaktion, dvs. hastigheten är proportionell mot gastrycket av HI, men om katalysatorn är guld är reaktionen av nollte ordningen, dvs. hastigheten är (nära) oberoende av gastrycket. Detta förklaras av att i första fallet den adsorberade mängden HI är liten och proportionell mot gastrycket, medan i andra fallet adsorptionen har nått mättnad och är nästan oberoende av trycket.

De nu nämnda undersökningarna samt andra från början av 20-talet är emellertid, ehuru intressanta, icke av den betydelse att de motiverar ett nobelpris. Men från 1926 undersökte Hinshelwood sönderfallet av en del organiska ångor. Den fundamentala betydelsen av denna serie framträder om vi erinrar oss att man vid denna tid alls icke hade klart för sig hur reagerande molekyler fick sin aktiveringsenergi.

Man hade väl tidigare utan vidare antagit att energin tillfördes molekylerna genom stötar, men sedan som ovan nämnts fotoreaktionerna hade studerats med stort intresse, lancerade W. C. McC. Lewis och Jean Perrin 1918—19 tanken att aktiveringen i stället skedde genom absorption av strålning. De aktiveringsenergier som mätes, motsvarar ofta ljuskvanta i nära infrarött.

Eftersom stöttalet mellan gasmolekyler är proportionellt mot koncentrationens kvadrat, syntes det svårt att förklara existensen av monomolekylära gasreaktioner, om aktiveringen skedde genom stötar. Lindemann kunde dock 1922 visa att sådana reaktioner kunde existera, om man antog att molekylen icke sönderföll genast den blev aktiverad, utan först efter en viss livslängd i detta tillstånd. Vid mycket låga koncentrationer måste dock aktiveringen »bli efter». Christiansen och Kramers visade även att om en reaktion var kedjereaktion kunde den te sig monomolekylär.

Nu var det emellertid så, att vid ifrågavarande tid kände man alls

inga monomolekylära gasreaktioner. Alla hithörande reaktioner som undersökts var i själva verket katalytiska väggreaktioner. Den första kända homogena gasreaktionen av första ordningen var sönderfallet av N_2O_5, som undersöktes av Farrington Daniels och Johnston 1921.

Men Hinshelwood fann en hel rad sådana reaktioner såsom sönderfallen av aceton, propionaldehyd, etyleter och metyleter i ångform (1926—27). Vi skall betrakta den enklaste av dessa föreningar, dimetyletern. Den sönderfaller i värme enligt

$$CH_3OCH_3 = CH_4 + CO + H_2$$

Reaktionen är som sagt monomolekylär. Vid 504°C fann Hinshelwood tiden för 25 % sönderfall vara ca 8,5 min, om ångtrycket var *mer* än 400 mm Hg. Men vid lägre tryck sjönk reaktionshastigheten, så att vid 150 mm begynnelsetryck var nämnda tid 15 min och vid 28 mm begynnelsetryck 33 min.

Vid tillräckligt högt ångtryck kommer de flesta av de genom stötar aktiverade etermolekylerna att åter desaktiveras genom stötar med andra energifattiga molekyler, och endast en mindre del att sönderfalla genom ovanstående reaktion. Man får då närmelsevis en jämvikt mellan aktiverade och icke aktiverade molekyler och de förra utgör en konstant bråkdel av alla molekyler. De per tidsenhet sönderfallande utgör då också en konstant bråkdel, dvs. reaktionen är monomolekylär.

Men vid lägre ångtryck sjunker aktiveringshastigheten snabbare än reaktionshastigheten, så en allt större del av de aktiverade molekylerna försvinner genom reaktion och färre genom desaktivering. Vid 120 mm tryck är reaktionshastigheten ungefär den halva mot vid höga tryck. Då försvinner lika många aktiva molekyler genom reaktion som genom desaktivering. Uppskattar man molekylens radie och därav stöttalet, kan man få ett värde på den aktiverade molekylens medellivslängd, innan den desaktiveras, vilken vid sistnämnda tryck är densamma som dess medellivslängd innan den, isolerad, skulle sönderfalla. Detta värde blir av storleksordningen 10^{-9} sek.

Genom denna grupp av undersökningar visade Hinshelwood sålunda icke blott att monomolekylära homogena gasreaktioner faktiskt existerar, utan klarlade även det ännu mycket viktigare faktum att de reaktionskinetiskt aktiverade molekylerna verkligen bildas genom stötar med andra molekyler.

Även om etertrycket är mindre än 30 mm Hg sönderfaller dock en fjärdedel på 8,5 min., om man tillsätter 400 mm hydrogen, ty då aktiveras etermolekylerna av stötarna mot dessa molekyler. Detta är ju vad som var att vänta. Men överraskande var att vissa andra gaser *icke* har någon aktiverande inverkan. Sålunda stiger icke reaktionshastigheten, om man till eter av lågt tryck sätter gaser som helium, koloxid eller nitrogen.

Sedan denna sak väl var påvisad, kan man ju konstatera att den står i god överensstämmelse med vad spektroskopikerna redan vid denna tid visste om energiöverföringen till molekyler. Elektroner som går genom kvicksilverånga kan inte excitera kvicksilveratomerna från grundtillståndet 6^1S_0 till 6^3P_1 förrän de fått tillräckligt stor hastighet, nämligen efter att ha genomlupit ett potentialfall av minst 4,89 V. Jodmolekyler I_2, som exciterats av den gröna kvicksilverlinjen 4560,74 Å, kan vid stötar med andra molekyler endast ändra sitt rotationskvanttal med värdet ± 2, men icke med godtyckliga belopp.

Den kombination av atomsvängningar som gör etermolekylen instabil kan denna tydligen få genom stötar med andra etermolekyler och med hydrogen, men icke genom stötar med de andra nämnda gaserna.

År 1926 publicerade två forskare i Leningrad, Chariton och Walta, ett arbete om reaktionen mellan fosforånga och oxygen vid helt låga tryck, således en närmare undersökning av Jouberts iakttagelser från 1874. De fann återigen att ingen reaktion alls kunde påvisas förrän trycket översteg ett bestämt värde, då en momentan förbränning skedde. Max Bodenstein hade kritiserat detta arbete och sade rent ut att resultaten var obegripliga och måste bero på elementära fel i den använda metodiken.

Semenov hade tidigare icke sysslat med kemi, utan han var fysiker. Han hade sålunda publicerat arbeten om bestämningen av atomers magnetiska moment, genomslag i isolatorer, ionisation i saltångor m. m., varjämte han samarbetat med Frenkel rörande adsorption. Nu gjorde han emellertid om den nyssnämnda fosforundersökningen och fann att Bodenstein hade visserligen haft rätt beträffande en del detaljer i metodiken, men det viktigaste resultatet, den skarpa förbränningsgränsen, var korrekt. Medarbetaren Schalnikov fann att reaktionsgränsen var beroende av kärlets storlek. Charitons och Waltas resultat att en argontillsats sänkte det kritiska oxygentrycket bekräftades. Hinshelwoods medarbetare Melville och Ludlam studerade några år senare motsvarande effekt av en rad andra gaser.

Semenovs medarbetare Kovalsky fann 1929 att det för förbränning behövliga oxygentrycket var omvänt proportionellt mot fosforångans tryck. Det fanns emellertid även en övre explosionsgräns, och för denna gällde att oxygentrycket var direkt proportionellt mot fosfortrycket. Hela explosionsgränsen kunde sammanfattas med hyperbeln

$$k_1 - p(O_2) \cdot p(P_4) + k_2 p^2(O_2) = 0$$

vars två rötter ger övre och nedre gränserna för oxygentrycket $p(O_2)$ vid explosion. Då fosfortrycket $p(P_4)$ är mindre än ca 10^{-4} mm Hg, blir ekvationens rötter imaginära och någon förbränning kommer ej alls till stånd.

Inverkan på den undre explosionsgränsen av kärldimensionen d och trycket av en tillsatt inaktiv gas A kunde sammanfattas med formeln

$$d^2 p(O_2) \cdot p(P_4) [1 + a \cdot p(A)/(p(O_2) + p(P_4))] = k_1$$

där konstanten a var omvänt proportionell mot syreatomers (uppskattade) diffusionskonstant i gasblandningen.

Den undre explosionsgränsen är nästan oberoende av temperaturen i rena fosfor-oxygenblandningar, men eftersom a är temperaturberoende påverkas gränsen något av temperaturen om tillsatser görs. Kärldimensionen d har stor inverkan.

Däremot är den övre explosionsgränsen, som huvudsakligen bestäms av konstanten k_2, nästan oberoende av kärldimensionerna. Den påverkas i stället kraftigt av diverse tillsatser. Så t. ex. utvidgas explosionsområdet vid tillsats av minimala mängder ozon, medan andra gaser kraftigt inskränker området och »förgiftar» reaktionen, t. ex. järnpentakarbonyl och blytetraetyl.

Semenov och hans medarbetare utarbetade teorin för dessa fenomen i detalj. Han föreställde sig att reaktionen startas av oxygenatomer. Dessa kan antas bildas genom en heterogen reaktion mellan oxygen och fosfor på kärlväggarna, varför man ej behöver laborera med den minimala jämviktsmängden av oxygenatomer i gas av låg temperatur. Som ett tänkbart reaktionsschema antas:

$$P_4 + O = P_4O^*$$
$$P_4O + O_2 = P_4O_2 + O$$
$$P_4O_2 + O_2 = P_4O_4^*$$
$$P_4O_4 + O_2 = P_4O_6^*$$
$$P_4O_6 + O_2 = P_4O_8^*$$
$$P_4O_8 + O_2 = P_4O_{10}^*$$

där asterisken* anger ett exciterat tillstånd. Detta kan förloras antingen genom

$$P_4O_n^* + O_2 = P_4O_n + 2\,O$$

eller

$$P_4O_n^* + P_4 = P_4O_n + P_4$$

varvid i senare fallet icke närmare specificeras om energin går till inre svängningar eller till translationsenergi; man kan också tänka sig att energi går förlorad genom strålning.

Om sannolikheten för att en desaktivering leder till bildningen av 2 O kallas a, bildar varje syreatom som börjar en reaktionskedja $1 + 10\ a$ nya, och därmed är möjligheten given för uppkomsten av en explosion enligt Christiansen-Kramers idéer.

Reaktionskedjorna kan avbrytas genom att oxygenatomer och/eller exciterade fosforoxidmolekyler diffunderar fram till kärlväggen och adsorberas eller desaktiveras därstädes, men även genom att reak-

tion eller desaktivering kan ske genom stöt mot någon tillsatt molekyl, så som kunde ske med P_4-molekylerna. Explosion inträffar när förgrenandet av kedjorna tar överhand över deras avbrytande, så att reaktionshastigheten snabbt växer genom att kedjornas medellängd växer mot ∞.

Vid den lägre explosionsgränsen inhiberas explosionen genom att desaktiveringen på kärlväggarna begränsar kedjelängden. Bestämmande är förhållandet mellan fria väglängden i gasen och kärlets dimensioner. Tillsatsen av andra gaser förhindrar diffusionen och underlättar därför explosionen, alldeles oberoende av någon reaktion.

Vid den högre explosionsgränsen begränsas kedjelängden av stötar med andra gasmolekyler. Denna tanke framställdes ungefär samtidigt av Semenovs medarbetare Kovalsky i hans arbete om fosforoxidation och av Thompson och Hinshelwood i ett arbete om knallgasreaktionen 1929. Sålunda kan oxygenatomer försvinna genom

$$O+O_2+X=O_3+X$$

där molekylen X upptar så mycket energi att ozonmolekylen hänger ihop. Även O_2 kan fungera som molekyl X. Men vissa molekyler kan naturligtvis även låta sig oxideras av oxygenatomen, som därigenom försvinner — s. k. inhibition. I båda fallen har alltså tillsatsen en rakt motsatt inverkan mot den vid låga tryck, som berodde på hindrad diffusion.

De angivna formlerna för explosionsgränserna framkom samstämmigt både ur försöken och ur teoretiska räkningar, varvid det ovan antagna reaktionsschemat icke var obetingat nödvändigt, utan endast är att betrakta som en trolig illustration till skeendet.

Jag har refererat fosforoxidationen något utförligt, emedan de relativt enkla matematiska lagbundenheterna var ägnade att möjliggöra ett klarläggande av förloppet. Genom de räkningar som Semenov utförde vid dessa undersökningar klarlades numeriskt huru antagandet om kedjereaktioner kunde förklara det tidigare alldeles obegripliga fenomenet att en knappt mätbar tryckändring kunde förvandla en omätbart långsamt förlöpande reaktion till en explosion.

Två för praktiken betydligt viktigare reaktioner är $2\,H_2+O_2=2\,H_2O$ och $2\,CO+O_2=2\,CO_2$. Vid lägre temperaturer sker dessa reaktioner på kärlväggarna, men vid högre temperatur även i gasfasen. Sagulin hade 1928 funnit att även vid dessa reaktioner fanns en undre explosionsgräns. Under gränsen var dock icke reaktionen helt försvunnen, som vid fosforn, utan gick med märkbar hastighet — åtminstone delvis på kärlväggen. Detta resultat bekräftades av Garner och Gomm samma år.

Sagulins explosionsgräns gick mot *lägre* tryck, då temperaturen

steg. Långt tidigare hade Dixon, som arbetade vid mycket högre tryck än Sagulin, funnit en annan explosionsgräns, *under* vars tryck explosion inträdde, och detta tryck *steg* med temperaturen. Under sistnämnda år fann såväl Hinshelwood och Thompson som den ryska forskargruppen förlängningen av Dixons kurva, som mötte Sagulins kurva vid c:a 440°C och 9 mm Hg. Något så enkelt matematiskt funktionssamband som i fallet fosfor fanns dock ej här.

I våra dagar, då ordet kedjereaktion efter uppfinningen av atombomben kommit i var mans mun, är det icke ur vägen att erinra sig huruledes begreppet vid den nu avhandlade tiden var alldeles främmande för de flesta kemister. Då Semenov och hans medarbetare i januari 1929 sände en notis om den övre explosionsgränsen till Naturwissenschaften avböjdes dess publicerande »infolge der zu speziellen Bedeutung der Frage». Själv erinrar jag mig från Bäckströms doktorsdisputation i Stockholm 1927 vilket äventyrligt intryck kedjereaktionsbegreppet då gjorde på de flesta närvarande, och från en två månaders vistelse i Bodensteins laboratorium så sent som 1930, varunder jag deltog i studiet av klormonoxidens sönderfall, varvid explosioner ofta inträffade, kan jag icke erinra mig att kedjereaktioner någonsin bland de på laboratoriet arbetande togs i betraktande för att förklara dessas inträdande.

Talrika forskare förutom de två arbetsgrupper som vi här sysselsätter oss med har undersökt knallgasreaktionen. Följande bild har utkristalliserat sig:

Medan vid lägre temperaturer endast den heterogena väggreaktionen finnes, med olika reaktionsordning på olika underlag, börjar vid c:a 440°C reaktionskedjor gå ut i gasfasen:

$$H_2 + O_2 = OH + OH_{adsorberad}$$
$$H_2 = H + H_{adsorberad}$$

Ute i gasen startar ingen reaktion förrän vid 560°C och 30—40 mm Hg, som Haber och Alyea visade 1930.

Kedjorna fortplantas och förgrenas genom följande reaktioner:

$$OH + H_2 = H_2O + H$$
$$H + O_2 = OH + O$$
$$O + H_2 = OH + H$$

Avbrytningen av dessa kedjor genom adsorption på kärlväggarna förorsakar den undre explosionsgränsen.

Vid högre tryck försvinner många av radikalerna genom att kedjorna avbryts i gasen. Framför allt har härför reaktionen

$$H + O_2 + X = HO_2 + X$$

gjorts ansvarig. Perhydroxyl — den mot KO_2 svarande syran — är en

tämligen beständig molekyl; von Elbe och B. Lewis har uppskattat dess livslängd under här ifrågakommande förhållanden till ca 1 sek. Genom denna stabilitet förklaras den andra explosionsgränsen.

Den perhydroxyl som inte diffunderar till väggarna och där så småningom reduceras till vatten kan emellertid reagera

$$HO_2+H_2=H_2O_2+H$$
$$HO_2+H_2=H_2O+OH$$

Vid ännu högre tryck kommer dessa reaktioner att överväga och en tredje explosionsgräns kan iakttas. Det är svårt att invändningsfritt iaktta denna gräns, och man måste sänka den långsamma reaktionens hastighet genom att »förgifta» kärlväggarna med KCl. Annars kan man inte hålla temperaturen tillräckligt konstant utan man får lätt en termisk explosion enligt Le Chatelier.

Hinshelwood och Williamson ägnade denna reaktion en särskild monografi 1934. Talrika undersökningar har gjorts senare. Man har kunnat bestämma reaktionskonstanter och aktiveringsenergier för vissa av de nämnda delreaktionerna.

Den tekniskt viktiga reaktionen

$$2\,CO+O_2=2\,CO$$

undersöktes även på Semenovs och Hinshelwoods laboratorier. Även här fann man de båda explosionsgränserna. Semenov fann vidare att den bildade koldioxiden i hög grad verkar hejdande på reaktionen, och han menar att då denna gas användes som brandsläckningsmedel, fungerar den ej blott genom att undanträngа luften, utan inverkar även retarderande på själva förbränningen. Detsamma torde väl gälla då brand släckes med koltetraklorid.

Koloxidens förbränning underlättas mycket starkt genom närvaron av vatten eller hydrogenhaltiga ämnen, vilket Dixon visade redan 1880. Teknisk koloxid innehåller alltid så mycket fuktighet att det är den våta förbränningen som har det största intresset. Vatten dissocieras vid måttlig temperatur enligt

$$H_2O=OH+H$$

varefter man kan få

$$CO+OH=CO_2+H$$

Väteatomerna reagerar med närvarande oxygen under bildning av OH och O som ovan sagts. Reaktionen

$$CO+O+X=CO_2{}^*+X$$

innebär visserligen avbrytning av reaktionskedjor, men de bildade exciterade koldioxidmolekylerna är tillräckligt energirika för att dissociera vattenmolekyler under bildning av nya radikaler.

I avhandlingar från 1931 och senare visar Semenov huru induktionsperioder och fördröjda reaktioner, sådana som ofta iakttas vid sönderdelning av kloroxider, kolvätens oxidation m. m., kan förklaras

på grundval av kedjereaktionsteorin. Man har då att anta att bland de i reaktionskedjorna ingående ämnena något är tämligen stabilt. Reaktionshastigheten kommer då under reaktionens tidigare skede att följa en exponentialformel

$$h = A \cdot \exp \varphi t$$

där t är tiden.

Då Semenov framställde denna teori hade oxidationen av några kolväten redan undersökts, bl. a. hos Hinshelwood, så att formeln kunde prövas. Den visade sig stämma vid en rad olika reaktioner.

Då ett kolväte oxideras, börjar reaktionen på kärlväggen (märk huru en bunsenlåga sitter fast vid metallröret), exempelvis metan:

$$CH_4 + O_2 = HCHO + H_2O$$
$$HCHO + O_2 = HCO_3H = HCOOH + O$$

Myrsyran kan sönderfalla som ovan nämndes till $CO_2 + H_2$ eller $CO + H_2O$. Tillsättes formaldehyd från början, minskar induktionsperioden. Nu kan i gasfasen ske

$$O + CH_4 = CH_2 + H_2O$$
$$CH_2 + O_2 = HCHO + O$$

Av högre kolväten bildas ävenså aldehyder R. CHO och alkylidener R. CH. Deras vidare oxidation sker fortfarande genom kedjereaktioner. Neumann och Dobrinskaja fann 1939, då butan oxiderades med oxygen vid 310°C och gaserna togs upp i en LiCl-lösning och polarograferades, att det bildades aldehyder, vars mängd växte enligt den nyssnämnda expontialformeln. Även peroxider påvisades på samma sätt.

Att kolvätenas förbränning sker genom kedjereaktioner är av mycket stor praktisk betydelse. Högoktanig bensin — som i motorer med hög kompression förbrinner med begränsad hastighet, varigenom det undvikes att explosion inträder och trycket stiger till höga värden som skulle kunna skada motorn — kan lämpligen bestå av starkt grenade kolvätemolekyler, men även kolväten med ogrenade molekyler får sin förbränningshastighet begränsad genom en tillsats av t. ex. blytetraetyl. Reaktionskedjorna stoppas då upp på det blydamm som bildas när föreningen sönderdelas i hettan.

Sönderdelningen av kolväten vid högre temperaturer har på senare år studerats mycket bl. a. av Hinshelwood och hans medarbetare.

De tidigare nämnda sönderdelningarna av etrar m. m. studerades av Hinshelwood även senare. Då teorin om kedjereaktioner visade sig så användbar trodde ett tag många forskare att nästan alla reaktioner var kedjereaktioner. Så är dock ej fallet. Hinshelwood fann, att vid många organiska sönderdelningsreaktioner ägde en kedjereaktion rum parallellt med en enkel reaktion. Han kunde även påvisa förekomsten av aktiverade molekyler av olika slag. Om små mängder NO sattes till

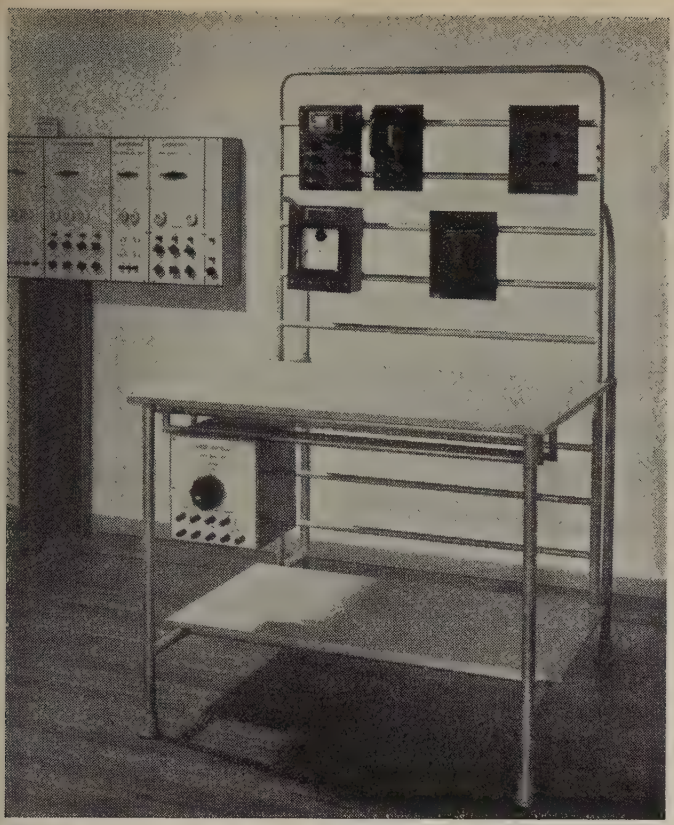
den upphettade etern, sjönk reaktionshastigheten starkt, genom att NO avbröt kedjorna. Den återstående reaktionen var en enkel kemisk reaktion. Sedan inhibitorn NO förbrukats, steg åter hastigheten. Ett annat sådant »reagens» på kedjereaktioner är propylen.

Det må även nämnas att Hinshelwood och hans medarbetare studerat många lösningsreaktioner med mera klassisk metodik. De resultat som här vunnits har dock icke haft någon så genomgripande betydelse.

Slutligen har Hinshelwood från år 1938 gett sig in på att behandla frågor om bakterietillväxt, adaptation och resistens m. m. med hjälp av den kemiska kinetikens metoder. Han har sammanfattat sina arbeten på detta område i en monografi. Vilken betydelse dessa undersökningar kommer att få är kanske ännu inte alldeles klart.

Hinshelwood föddes i London den 19 juni 1897. Efter att under första världskriget ha arbetat som kemist i ammunitionsdepartementet 1916—18 började han sin akademiska bana i Oxford, vid vars universitet han kvarstannat och där han 1937 blev professor. Redan 1929 blev han på grund av sina framstående forskningar invald i Royal Society. Han blev adlad 1948 och har mottagit många vetenskapliga utmärkelser från olika länder. Han var president i Chemical Society 1946—48. Vid den internationella kemikongressen i Stockholm 1953 höll Hinshelwood på inbjudan en föreläsning om sina forskningar under senare år.

Semenov föddes i Saratov den 15 april 1896. Han började studera vid det dåvarande Petrograds universitet 1917 och blev 1920 anställd vid Leningrads polytekniska institut, först som assistent, sedan som docent och 1928—31 som professor. Han var från början ren fysiker och gjorde ett flertal undersökningar över framför allt elektriska fenomen, men kom under slutet av 20-talet in på sina nu prisbelönade undersökningar över explosionsfenomen. Ryska vetenskapsakademien inrättade i Leningrad ett särskilt institut för kemisk fysik, vars chef Semenov snart blev. År 1943 flyttades institutet till Moskva, där han reorganiserade det. Semenov blev 1932 ledamot av ryska vetenskapsakademien, fick 1941 Stalinpris och 1945 Leninorden. Det brittiska Chemical Society kallade honom 1943 till hedersledamot.



LABORATORIEBORD

För laboratorier, provrum osv., där man har behov av att snabbt, överskådligt och enkelt göra en uppkoppling har utvecklats ett laboratoriebord, som motsvarar höga anspråk i dessa avseenden.

Inom bekvämt räckhåll kan man på bordet hänga upp kontrollinstrument, strömbrytare, kontaktorer, reläer etc., och därigenom har man bordsytan fri för provobjekt, precisionsinstrument, protokoll m. m. Man får därför inom ett litet utrymme plats med en mångfald apparater och manöverorgan.

För upphängningen monteras apparaterna på t. ex. plattor av bakelit, som på baksidan försetts med krokar härför. Monteringen på plattor medför bl. a. även den fördelen, att extra uttag lätt kan anordnas.

Dessa bord användes på laboratorier vid bl. a. K. Tekniska Högskolan, Chalmers Tekniska Högskola, K. Vattenfallsstyrelsen samt Statens Provningsanstalt.

Vi levererar såväl bord som apparatkrok samt utför även montering av apparater för upphängning.

LINDSTRÖM & JOHNSON AB

Valhallavägen 50 Stockholm Va Tel. 30 13 12

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York/Chapman & Hall Ltd., London, 1957:

W. Churchman/R. Ackoff/E. Arnoff, *Introduction to Operations Research.* Pp. 645, $ 12.00.

D. A. S. Fraser, *Nonparametric Methods in Statistics.* Pp. 299, $ 8.50.

H. W. Liepmann/A. Rashko, *Elements of Gasdynamics.* Pp. 439, $ 11.00.

H. Mabie/F. Ocvirk, *Dynamics of Machinery.* Pp. 442, $ 8.50.

E. J. Burcik, *Properties of Petroleum Reservoir Fluids.* Pp. 190, $ 7.50.

D. R. Hartree, *The Calculation of Atomic Structure.* Pp. 181, $ 5.00.

O. Mackey/W. Barnard/F. Ellenwood, *Engineering Thermodynamics.* Pp. 428, $ 7.95.

Automation in Business and Industry. Ed. by Eugene Grabbe, Pp. 611, $ 10.00.

The First 150 Years. A History of John Wiley and Sons Incorporated, 1807—1957. Pp. 242, $ 7.50.

Ian Sneddon, *Elements of Partial Differential Equations.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1957, Pp. 327, £ 2.16s. 6d.

Mark W. Zemansky, *Heat and Thermodynamics.* 4th Ed. McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1957, Pp. 484, 56s. 6d.

Mathematical Tables, Vol. 1. The Use and Construction of Mathem. Tables. By L. Fox. National Phys. Laboratory. Her Majesty's Stationery Office, London 1956, Pp. 60, 17s. 6d. net.

C. Curry, *Wave Optics.* Edw. Arnold, London 1957, Pp. 155, 21s. net.

N. Bourbaki, *Éléments de Mathématique XXI, Livre VI, Chapter 5. Intégration des mesures.* Hermann & Cie, Paris 1957, 131 p., $ 5.75.

J. Dixmier, *Les algèbres d'opérateurs dans l'espace Hilbertien* (Algèbre de von Neuman). Gauthier-Villars, Paris 1957, 367 p., $ 15.90.

Paul Montel, *Leçons sur les récurrences et leurs applications.* Recuillies et rédigées par J. Dufresnoy et É. Lefebvre. Gauthier-Villars, Paris 1957, 268 p., $ 12.46.

A. Friedrich/H. Langenheine, *Atomphysik im Unterricht,* 72 S., DM 3,50.

A. Friedrich/H. Langenheine/H. Ubricht, *Versuche zur Atomphysik,* 115 S., DM 3,80. Aulis Verlag, Frankenberg/Eder, 1957.

Niels Arley/Helge Skov, *Atomenergiens udnyttelse.* Scandinavian Univ. Books. Gyldendal, København 1957, 99 s.

Ulf Grenander/Murray Rosenblatt, *Statistical Analysis of Stationary Time Series.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1956, Pp. 300, kr. 56: — och John Wiley & Sons, New York, 1957.

Carl-Erik Fröberg, Lund Univ. Department of Numerical Analysis. Table 1.: *Hexadecimal Conversion Tables.* Sec. Ed. Pp. 26, kr. 3: —. Table 2.: *Complete Elliptic Integrals.* Pp. 82, kr. 10: —. Gleerups förlag. Lund 1957.

Strålningskemi. Föredrag vid konferens i Stockholm 8. 5. 1956. IVA, FKO-medd. nr 24, Stockholm 1957, 63 s., kr. 8: —.

Almkvist/Knave/Lindholm, *Fysik för enhetsskolan och realskolan: Värmelära och meteorologi.* Sv. Bokförlaget/Norstedts, Stockholm 1957, 42 s., kr. 2: 25.

Formelsamling i matematik och fysik för studentexamen. Sv. Bokförlaget/Norstedts, Stockholm 1957, 20 s., 40 öre.

Sten-Erik Mörtstedt, *Teknisk värmelära.* Sv. Bokförlaget/Norstedts, Stockholm 1957, 194 s. med tabellbilaga, 13 blad, kr. 16: 25.

Astronautik och rymdfart

Av civilingenjör Björn Bergqvist, Solna

1. Inledning

I första delen av denna artikel redovisas de bärande tankarna och de stora sammanhangen inom astronautik och rymdfart.

Framställningen har därefter helt ägnats synpunkter på optimala jordsatellitbanor. En koncentrerad och ej alltför detaljrik behandling av detta snart aktuella problem har veterligen ej tidigare publicerats. Det bör framhållas att problemet har behandlats som en från farkostens struktur- och drivanordningsvariabler skild fråga. Denna framställningsmetod är givetvis ej tillräcklig ur det allmänna minimiriktproblemets synpunkt.

2. Den astronautiska tanken och rymdfartens förverkligande

Rymdfart är sammanfattningen av alla de ytterst på naturlagarna grundade konkreta och abstrakta medlen för färder utanför jordens atmosfär, såsom framdrivningsanordningar, farkoster, banmekanik, astronomi, rymdmedicin, rymdnavigation.

Astronautiken däremot utgör en sammansmältning till en högre syntes av medel och mål. Medlet är rymdfarten. Astronautikens yttersta mål kan formuleras i följande två punkter.

1. Större kunskap om universums byggnad och de lagar som reglerar det kosmiska skeendet än som kan vinnas genom studier från jordytan. — Denna kunskap kommer att skänka människan större makt över naturen och ge henne möjlighet och, som man får hoppas, visdom att använda denna makt till mänskligheten fromma.
2. Konfrontation med andra lösningar på livets och naturens problem än dem jorden uppvisar. — Den kommer, rätt tillägnad, att ge människan ökad förståelse för hennes plats i universum och större ödmjukhet inför tillvaron. Detta är av avgörande betydelse för oss, oavsett om vi skulle finna vår roll stor eller liten.

Förf. är forskningsledare i Svenska Interplanetariska Sällskapet. Artikeln innehåller även en del tankar och formuleringar som uttryckts av sällskapets ordförande, laborator Åke Hjertstrand, och dess förutvarande sekreterare, kapten Karl-Hugo Betzfeldt.

Det är helt naturligt att man utan att ge avkall på denna målsättning kan respektera andra synpunkter på astronautiken, synpunkter som i rymdfartens barndom måste bli de drivande. För teknikern är rymdfarten den yttersta utmaningen mot hans uppfinningsrikedom och kunnande. För astronomen och fysikern är rymdfarten främst ett medel att genom upprättande av observationsstationer utanför vår jords hindrande atmosfär kunna berika vetenskapen med nya och värdefulla rön. Inte minst måste man respektera dem som i astronautiken ser upptäckandets glädje för dess egen skull — denna äventyrets drivkraft som under gångna tider har möjliggjort vår jords utforskande, ofta i kamp mot en hård natur.

Allt detta och mycket mer ingår i människans attityd inför astronautiken och skänker denna de individuella valörer som ger liv och färg åt bilden.

Förverkligandet av rymdfarten låter sig ganska väl delas upp i ett antal etapper med målet för varje etapp klart tekniskt avgränsat. Överlappning mellan etapperna förekommer naturligtvis därför att projektering av en ny etapp måste påbörjas innan slutprodukten i den föregående är färdig.

De tre etapperna skulle vara följande.

1. Uppsändande av obemannade satelliter i kretsbanor på tämligen låg höjd över jordytan. — Denna etapp bedömdes tidigare kunna vara avslutad i mitten av 1960-talet.
2. Konstruktion och byggande av en bemannad rymdstation i kretsbana på något större höjd över jordytan. Genomförande med obemannade eller bemannade farkoster av den första månfärden, med start från rymdstation, rundning av månen och återkomst till stationen. — Denna etapp bedöms kunna vara avslutad strax före seklets slut.
3. Slutmålet för etapp 3 skulle vara den första egentliga rymdfärden då en bemannad farkost företar en resa till en av planeterna i vårt solsystem, landar på denna och därefter återvänder till jorden.

I samband med dessa prognoser har etappkostnaderna uppskattats.

Programmet är realistiskt och bygger på systematisk insamling av tillgängliga forskningsresultat och bearbetning av dessa med hänsyn till astronautikens krav samt utveckling steg för steg av den nya tekniken. Programmet innehåller även den väsentliga synpunkten att rymdfart i egentlig mening ej bör komma till stånd förrän alla faktorer samverkar därtill.

Den första etappen har redan påbörjats med USA:s Project Vanguard, som är ett av de 13 stora i Internationella Geofysiska Året 1957—1958 ingående forskningsprojekten. Vanguard-satelliten avses i första hand observera och till jorden telemetrera uppgifter om meteortäthet, solens ultravioletta strålning, luftens täthet och tryck i de yttersta luftlagren m. m. Genom observation från jorden av satellitens bana kan man vidare skaffa sig många viktiga uppgifter om jorden, bl. a. om dess gravitationsacceleration, mått och exakta form. Projektet tänktes först som rent militärt. Denna synpunkt har dock kommit i bakgrunden av praktiska skäl, och efter civila vetenskapsmäns påtryckning har projektet beslutats och därefter officiellt kungjorts av president Eisenhower i juli 1955. Erforderliga medel ställs till förfogande av civila och militära myndigheter.

Strax innan första etappen påbörjades sammanslöt sig flera länders astronautiska sällskap, däribland Svenska Interplanetariska Sällskapet, till en internationell union, The International Astronautical Federation, IAF. Denna och de nationella sällskapen har som förnämsta mål att skapa och sprida information om astronautik.

Användningsområdet för den bemannade rymdstationen i etapp 2 kan för närvarande förutses vara endast grundforskning av astronomisk, fysikalisk (t. ex. försök i absolut vakuum och vid låga temperaturer) och annan, mycket mångskiftande karaktär. Även om ren grundforskning i vilken ansedd vetenskap det vara må i och för sig brukar uppmuntras, eftersom man av erfarenhet vet att man aldrig kan förutse de latenta möjligheterna till praktisk förräntning och när dessa slår ut i blom, måste givetvis ett spekulativt företag av så pass stor omfattning som det här är fråga om inge stora ekonomiska betänkligheter. Speciellt måste detta bli fallet om vägen till etapp 2 kantats av många tekniska bakslag, vilket med all säkerhet blir fallet i denna tekniska domän, där man hela tiden befinner sig på gränsen till det utförbara.

Den verkliga svårigheten för genomförande av etapperna 2 och 3 är dock av helt annan karaktär.

Astronautiken kräver för sitt förverkligande fullt och enigt samarbete mellan jordens nationer. Inget land kan ensamt bära den ekonomiska och tekniska insatsen för detta företag, framförallt därför att den tekniskt nyskapande verksamheten inom denna disciplin tar en enorm mängd forskare i anspråk. För alla som accepterar den sanna astronautiska tanken står det vidare klart att rymdfarten måste förverkligas som ett fredligt företag. Begreppet internationalitet är organiskt infogat i den astronautiska tanken. Svårigheten ligger alltså i den nuvarande internationella situationen. Det är en av vår tids stora tragedier att vår förmåga att handskas med mänskliga

— framför allt internationella — relationer inte hållit jämna steg med vår förmåga att handskas med naturens krafter.

Tekniken är varken god eller ond. Det är människans medvetna — eller ibland tyvärr i fråga om stora sammanhang omedvetna — sätt att hantera den som låter dess resultat framstå som onda eller goda. Och människans oförmåga att rätt bruka de naturkrafter hon uppväcker ingår i en förrädisk cirkelgång med hennes negativa reaktion inför dessa samma krafters manifestationer. Den intensiva materiella utvecklingen gör att människan inte får tid på sig att anpassa sig till en förändrad livsomgivning förrän nya framsteg omkullkastar det hon nyss betraktat som väsentligt och försökt inrätta sig efter. Det råder ingen tvekan om att vår tid lider av en växtvärk som återspeglas såväl i den enskilda människans rastlöshet och oro för framtiden som i de grälsjuka och svårbemästrade internationella relationerna. Spänningen ökas mellan teknik och etik, mellan omgivning och livsinnehåll. Astronautiken kan inte bli verklighet om inte denna spänning mildras. För att överhuvudtaget kunna diskutera astronautik måste vi därför göra vissa förutsättningar.

En första realistisk synpunkt kan måhända vara den att förekomsten av massförstörelsevapen verkar som en fredsbevarande faktor och tvingar de politiska ledarna att acceptera den enda praktiska slutsatsen nämligen den att oavsett vem som vinner i en öppen kraftmätning så kommer segraren att förlora lika mycket som den besegrade. Denna slutsats skulle kunna tänkas medföra att en överenskommelse ingås om åtminstone en viss begränsning av de militära rustningarna. Låt oss vidare göra det antagandet att denna insikt leder över till ett nytt globalt tänkande så att staterna inser nyttan av ett lång drivet samarbete på det ekonomiska området. En ny utbildningsmetodik och nya discipliner antas dessutom komma att skapas så att vi säkerställer att det jämsides med experterna finns människor som förmår fatta utvecklingen i större sammanhang och som därigenom blir lämpade att leda strävanden mot höga mål, bland vilka det mest angelägna är lösningen av försörjningsproblemen på jorden. — Astronautikens förverkligande är även det ett högt mål och innebär tekniskt framåtskridande på ett fält som har den karaktären att spänningen mellan teknik och etik hålles låg samtidigt som kraven på den tekniska utvecklingen är tillräckligt höga för att den ifrågavarande verksamheten skall locka mängder av skickliga experter varjämte domänernas storlek och natur till fullo kan tillfredsställa människans inneboende upptäckarlust.

Det är i händerna på ledare av denna typ som vi önskar lägga astronautikens förverkligande. Utan sådan ledning blir världsrymdens utforskande, om det överhuvudtaget kan påbörjas, endast ett grandiost

tekniskt äventyr inriktat på ett självlöst sökande efter fysikaliska fakta utan hänsynstagande till allmänmänskliga värden. Med sådan ledning däremot kommer detta utforskande att göras med full förståelse för det ansvar som åvilar människan vid hennes kontakt med utomjordiska ting som vi nu vet så litet om.

3. Rymdfartens mekaniska särart och dess grundförutsättningar

Rymdfarten är det hittills enda större tekniska verksamhetsfält där alla väsentliga aspekter baserats på rent teoretiska resonemang innan teorierna kunnat bevisas experimentellt mer än till en liten del. Det föreligger egendomligt nog å andra sidan möjligheten att rymdfarten också är det kommunikationsområde inom vilket experimenten kommer att stämma bäst med teorierna. Detta senare beror på rymdfartens mekaniska särart som kort kan uttryckas så att en rymdfarkosts prestanda nästan helt beror av dels dragkraften hos drivmedlen, vilken redan nu kan behärskas med anmärkningsvärd noggrannhet, och dels gravitationen, vars intensitet är ännu noggrannare känd. Motståndskrafter från atmosfär eller stoft är av föga betydelse och praktiskt försumbara för större farkoster. Friktioner existerar ej för farkosten tagen som ett slutet mekaniskt system. Lokala yttre krafter som kontaktkrafter etc. uppträder endast i undantagsfall, t. ex. vid tilläggsmanövrar. Det finns dock två frågetecken. Det ena är bromseffekten genom elektrisk uppladdning av farkosten som sker vid passage genom rymden. Detta problem har väckts på svenskt håll[1] och befinner sig antagligen under debatt i amerikanska forskarkretsar i samband med Project Vanguard. Det andra gäller styrkrafterna, vilkas behärskande till behövlig, mycket stor exakthet ännu lämnar ganska mycket övrigt att önska.

Grundförutsättningarna för bemannad rymdfart är följande.

1. Farkosten skall kunna övervinna jordens dragningskraft (gravitationen).
2. Besättning och passagerare skall, under de förhållanden som nyss nämnda förutsättning stipulerar, ha en rimlig marginal till gränsen för farliga fysiska och psykiska påfrestningar.

Den första förutsättningen, den tekniska, är liktydig med att farkosten alltid kommer att ha någon grad av acceleration i någon riktning. Den utmynnar i ett dimensioneringsproblem som skall ta i betraktande samverkan bana-drivanordning-struktur. Förutsättningen finns redan med nuvarande drivanordningar, där kemiska fasta eller flytande drivmedel används, och med nuvarande farkostmaterial, ifall

[1] B. Lehnert, Tellus *8*, 408, 1956.

begreppet rymdfart tas med vissa inskränkningar och begränsas till i stort sett satellituppdrag.

Den andra förutsättningen, den medicinska, har konstaterats vara uppfylld när det gäller accelerationspåkänningarna på människokroppen. Beträffande vissa andra hithörande aspekter är bilden ännu kritisk och oviss men många klarläggande bidrag väntas inom kort genom Project Vanguard och dess efterföljare.

Som tidigare nämnts befinner man sig med rymdfartprojekten på gränsen till det utförbara, vilket kan belysas av följande påpekanden.

Kravet på minimikostnad, som torde anmäla sig tämligen snart, om och när de nu planerade satellitförsöken utfaller i stort sett gynnsamt, är så gott som alltid identiskt med kravet på minimivikt för en rymdfarkost. Det gäller att driva fram inte endast nyttolaster, dvs. medlen för uppdragets fullgörande, till målet utan även en mängd annan och oundgänglig dödvikt, t. ex. motorerna och den struktur som uppbär dem och drivmedlen. Man måste därför pröva alla möjligheter att nedbringa farkostens relativa storlek utan att detta görs på bekostnad av alltför snäva marginaler. Dessa behövs för kompensering av manöveronoggrannheter, övervikt hos de plåtar och profiler varav skrovet är uppbyggt, oexakt bibehållande av drivmedlens blandförhållande (resulterande i kvarvarande vikt av ena drivmedelkomponenten vid brinntidens slut) etc. Rymdfartens förnämsta maxim är därför under dessa omständigheter:

Ingen dödvikt skall framforslas ett ögonblick längre än nödvändigt.

Styrprogrammet måste vidare med all sannolikhet under en stor del av utvecklingen av etapperna 1 och 2 göras förutbestämt, med åtföljande komplikationer. Ty i många fall kan vikts- och tillverkningsekonomin tänkas kräva att farkosterna görs obemannade, t. ex. färjeraketer för last till rymdstationen. Beträffande de bemannade farkosterna, å andra sidan, anses det åtminstone för närvarande allmänt att besättningens förmåga till självständigt handlande kommer att till största delen bli satt ur spel vid de kritiska navigeringsmomenten.

I en rymdfarkost har man dessutom knappast »viktsråd» att införa livräddande reserver för användning vid allvarligare funktionsfel, så länge som ej framdrivningsproblemet lösts på ett i jämförelse med de kemiska raketmotorerna överlägset sätt, t. ex. med utnyttjande av atomkraft.

Man inser alltså utan vidare faran av att nu i rymdfartens allra första barndom tillåta sig alltför optimistiska eller allför pessimistiska kalkyler. De förra medför utfästelser vars oundvikliga bakslag alltför väl uppmärksammas, och de senare leder i stället till ohåga att satsa på »hopplösa» projekt.

4. Synpunkter på optimala jordsatellitbanor

I den följande framställningen har, för att innehållet skall bli mer lättillgängligt, upptagits åtskilligt som är välbekant för den som studerat celest mekanik.

4.1. Definitioner och vissa fundamentalsamband

Beträffande definitionerna på vissa i texten ingående men här ej förtecknade storheter hänvisas till figurerna och texten. Använda storheter förutsättes uttryckta i absoluta enheter. Vissa storheter skrivs dels som skalärer, t. ex. a, dels som vektorer, t. ex. $\bar{a}$.

R_0 =jordradien; R=momentan banradie, $R > R_0$
ω_0 =jordrotationens vinkelhastighet
g, g_j=lokalt värde på jordytan av jordgravitationens acceleration, *med* resp. *utan* hänsyn till minskningen genom jordrotationen
g_h $= g \cdot R_0^2/R^2$; ej exakt men gäller med högst 1 ‰ fel
m =momentan farkostmassa; m_0, m_s=farkostmassa vid brinntidens början resp. slut
μ_e $= m_0/m_s$=farkostens massförhållande
v_s =uppdragets sluthastighet; t=tid
v_k =uppdragets behovshastighet=v_s plus förluster genom gravitation och atmosfärmotstånd
v_e =gasernas effektiva medelutströmningshastighet vid kemiska drivmedel
v_h =ballistisk utgångshastighet vertikalt från jordytan för att kretsbanehöjd precis skall nås vid obefintligt luftmotstånd
v_{rel}=farkosthastighet relativt jorden som stillastående
a_{rel}=farkostacceleration relativt jorden som stillastående
G $= g_h m$; F=motordragkraft$= -v_e \cdot dm/dt$
n_{cb} =brinnslutlastfaktor$= F/m_s g$
δ =bantangentvinkel relativt jordytan
α =farkostens anfallsvinkel relativt bantangenten
β =vinkel mellan dragkraftriktning och farkostaxel
$\varkappa$ =farkostens vinkelacceleration$= d^2(\delta - \alpha)/dt^2$
I =farkostens polära masströghetsmoment kring momentana tyngdpunkten

Sambandet mellan några av storheterna i förteckningen belyses av fig. 1. Om en farkost rör sig i materie- och gravitationsfri rymd, kan motordragkraften F uttryckas dels som $-v_e \cdot dm/dt$ och dels, om v är momentana hastigheten, som $m \cdot dv/dt$, dvs.

$$m \cdot dv/dt = -v_e \cdot dm/dt$$

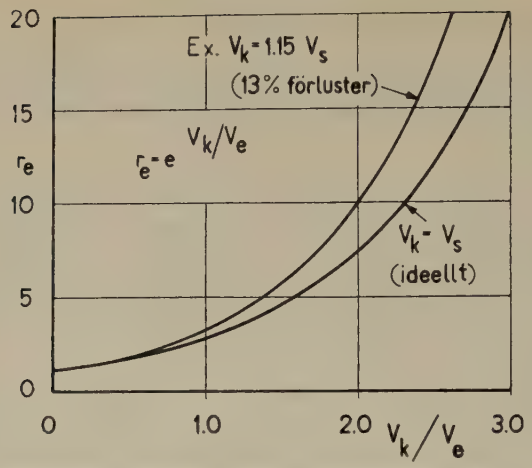


Fig. 1. Farkostens behövliga massförhållande som funktion av utströmningshastigheten samt slut- och behovshastigheterna.

Är farkostens massa m_0 vid starten och m_s, då drivmedlen förbrukats, fås sluthastigheten v_s ur

$$\int_{m_0}^{m_s} \frac{dm}{m} = -\frac{1}{v_e} \int_0^{v_s} dv$$

som ger

$$v_s = v_e \cdot \ln \frac{m_0}{m_s}$$

Skall å andra sidan en viss uppgiven sluthastighet v_s uppnås, erfordras ett massförhållande $m_0/m_s = r_e$, bestämt av ekvationen

$$r_e = e^{v_s/v_e}$$

som brukar kallas den ideella farkostekvationen.

Vid rörelse under inflytande av gravitation och atmosfärmotstånd krävs för uppnående av samma sluthastighet v_s ett större massförhållande, svarande mot en fiktiv »behovshastighet» $v_k > v_s$.

4.2. Banor kring ett dominerande gravitationscentrum

För en allmän bandiskussion är det av värde att först något diskutera bantyperna för en masspartikel kring och nära en sfärisk himlakropp vars gravitation så dominerar över andra masscentras bidrag att de senare kan utelämnas och ett rent tvåkropparsproblem kan

anses föreligga. Banan antas först vara av rent celest natur, dvs. himlakroppen antas ej rotera runt någon egenaxel och förutsätts vidare sakna atmosfär.

Fig. 2 visar under dessa förutsättningar banorna för en massa m kring en himlakropp med massan M vid olika tangentiell utgångshastighet v_p. Det minsta värde som v_p måste ha vid banradien R_i för att m ej skall falla ned på M härleds genom en fordran på dynamisk jämvikt och motsvarar en ren cirkelbana, den s. k. *kretsbanan*. Man får

$$v_r^2 = g_j \frac{R_0^2}{R_i} \qquad (1)$$

Vid ytan är $R_i = R_0$ och

$$v_{r0}^2 = g_j R_0 \qquad (2)$$

v_r kallas *kretshastighet*.

En annan viktig hastighet är den hastighet v_f som en partikel behöver ges för att för alltid lämna himlakroppen, dvs. uppnå oändligt avstånd, under antagande att endast dennas gravitation verkar; v_f kallas *flykthastighet*. Med hjälp av energiprincipen får man

$$v_f^2 = 2 g_j \frac{R_0^2}{R_i} \qquad (3)$$

och vid ytan

$$v_{f0}^2 = 2 g_j R_0 \qquad (4)$$

varför alltid

$$v_f = v_r \sqrt{2} \qquad (5)$$

oberoende av startpunktens avstånd från ytan.

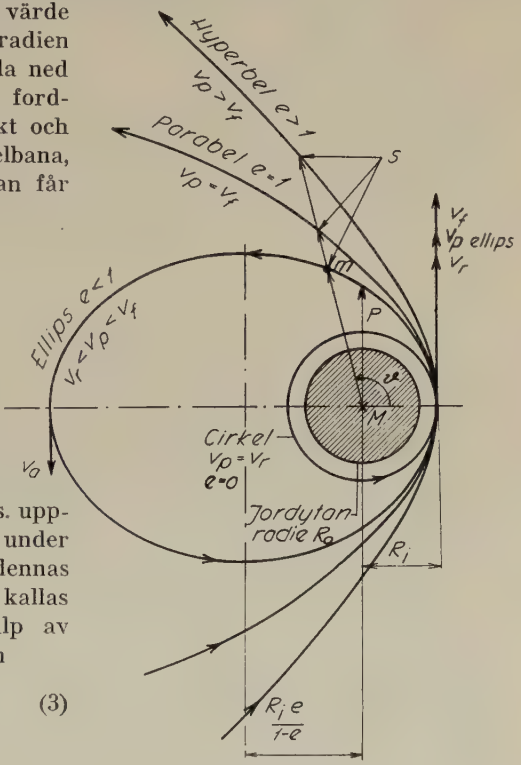


Fig. 2. Banor för en massa m kring ett dominerande gravitationscentrum med massan M.

För olika värden på v_p relativt v_r och v_f erhålles olika banformer. Man kan med utgångspunkt från Newtons allmänna gravitationslag visa att samtliga banor är kägelsnitt dvs. har den allmänna ekvationen

$$s = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta} \qquad (6)$$

med radius vektor s räknad från attraktionscentrum (kägelsnittets brännpunkt). Här är excentriciteten e bestämd av

$$e^2-1=\frac{R_i^2\, v_p^2}{g_j^2\, R_0^4}\cdot\left(v_p^2-\frac{2g_j\, R_0^2}{R_i}\right) \tag{7}$$

och parametern p av

$$p=R_i(1+e) \tag{8}$$

Fyra fall kan nu inträffa:

Om $v_p=v_r$ blir enligt (1) och (7) $e=0$; banan är en cirkel.

Om $v_p=v_f$ blir enligt (3) och (7) $e=1$; banan är en parabel.

Om $v_r<v_p<v_f$ blir $0<e<1$; banan är en ellips.

Om $v_p>v_f$ blir $e>1$; banan är en hyperbel.

För hyperbelfallet är banhastigheten >0 för $s=\infty$.

4.3. Optimalbanan med gränsfall som ett separat problem

Som tidigare nämnts är ett uppdrags sluthastighet v_s lika med den ideella behovshastigheten. I verkligheten är hastighetsbehovet större (se fig. 1) genom att förluster uppträder på grund av gravitation och atmosfärmotstånd. Problemet att beräkna dessa förluster och därmed v_k samt att i samband härmed finna den energioptimala banan, motsvarande v_k-minimum, är mycket arbetsamt. Här skall för kretsbaneuppdrag visas gränsfall och karakteristik för den optimala banan, inklusive uppfartsbanan.

Vi antar även i detta avsnitt att jorden ej roterar. De kvalitativa slutsatser som erhålles är oberoende av denna approximation.

Vi antar vidare först att jorden saknar atmosfär men utövar gravitation. Dessutom förutsätts tills vidare rent ballistisk start, dvs. momentan utlösning av drivmedelenergien. Fig. 3 visar hur en ellips kan användas som övergångsbana till kretsbana. Det kan visas att av samtliga övergångsbanor ellipsen kräver den minsta drivmedelenergien. Denna energi delas upp på två tillfällen.

Vid avskjutningen måste kroppen ges rörelseenergien $\frac{1}{2}v_p^2$ per massenhet, där

$$v_p=\sqrt{g_j R_0\cdot\frac{2R_y}{R_0+R_y}} \tag{9}$$

Vid framkomsten till apogeum O_A har hastigheten, som ligger i tangenten till kretsbanan, gått ned till

$$v_a=\sqrt{\frac{g_j R_0^2}{R_y}\cdot\frac{2R_0}{R_0+R_y}}<v_r \tag{10}$$

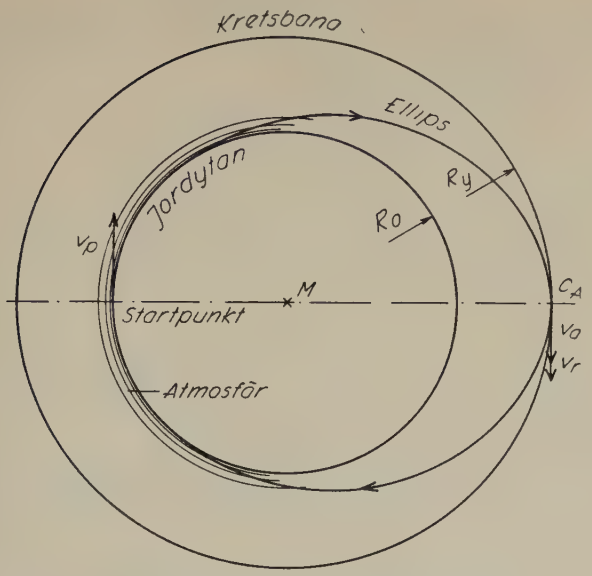


Fig. 3. Energioptimal övergångsellips till kretsbana.

(v_r fås ur (1) med beteckningen R_i bytt mot R_y) varför kroppen för att kunna fortsätta i kretsbanetangentens riktning måste ges en energiökning i denna riktning som ur (1) och (10) fås till

$$\frac{1}{2}(v_r^2 - v_a^2) = \frac{g_j R_0^2}{2R_y} \cdot \frac{R_y - R_0}{R_y + R_0} \tag{11}$$

Ett annat sätt vore i princip, se fig. 4, att använda en del av drivmedlen till att ge kroppen en så stor startenergi att den precis lyfts vertikalt upp till kretsbanehöjd innan den börjar sjunka och att på

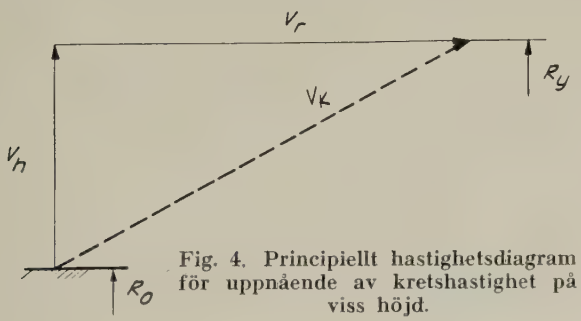


Fig. 4. Principiellt hastighetsdiagram för uppnående av kretshastighet på viss höjd.

denna höjd snabbt vända dragkraftriktningen 90° och använda resten av drivmedlen till att accelerera upp kroppen till kretshastighet. För den förra uppgiften åtgår energien

$$\tfrac{1}{2}v_h^2 = g_j R_0 (1 - R_0/R_y) \tag{12}$$

och för den senare

$$\tfrac{1}{2}v_r^2 = \tfrac{1}{2}g_j \cdot R_0^2/R_y \tag{13}$$

varvid R_i bytts mot R_y i (1).

Summeras energibehoven för båda banalternativen får man samma summa, nämligen

$$\tfrac{1}{2}v_k^2 = g_j R_0 (1 - \tfrac{1}{2}R_0/R_y) \tag{14}$$

Detta beror på att det givetvis är likgiltigt, under de givna förutsättningarna, hur den potentiella energien i kretsbanan byggs upp ur drivmedelenergien via rörelseenergitillskotten.

Vid ballistisk start men i närvaro av luftmotstånd bleve detta ej längre fallet. Här inses omedelbart att banan enligt fig. 4 är fördelaktigare än den i fig. 3, emedan i det senare fallet farkosten har höga hastigheter i mycket tätare luftlager.

Har man å andra sidan ingen atmosfär och inte heller ballistisk start utan som i verkligheten en successiv utlösning av drivmedelenergien inses i stället att banan i fig. 3 är mer viktsekonomisk för farkosten. Det kostar ju mindre energi att lyfta en avtagande massa en kortare vertikal distans.

Den optimala banan ligger alltså någonstans mellan de båda gränsalternativen och karakteriseras av följande, se fig. 5.

1. Farkostens lutningsvinkel δ_0 vid starten bör ligga mellan 0° och 90°.
2. Farkostens uppfartsbana får tangera en inre kretsbana med en radie R_i som hålls så liten som är möjligt ur energioptimal synpunkt med hänsyn till luftmotstånd samt uppstående kinetiska temperaturer (se avsnitt 4. 4) och temperaturspänningar i skrovet.

Luftmotståndet har, speciellt för stora farkoster, en underordnad och ibland praktiskt försumbar betydelse. Därför ligger optimala banan i fig. 5 mer åt gränsalternativet ellipsbana till. Detta är speciellt fallet vid små värden på accelerationerna, dvs. vid långa brinntider.

4. 4. Coriolisaccelerationer

I föregående avsnitt har förutsatts att jorden ej roterar. Nu skall ett principresonemang genomföras beträffande inverkan av jordrotationen på banan.

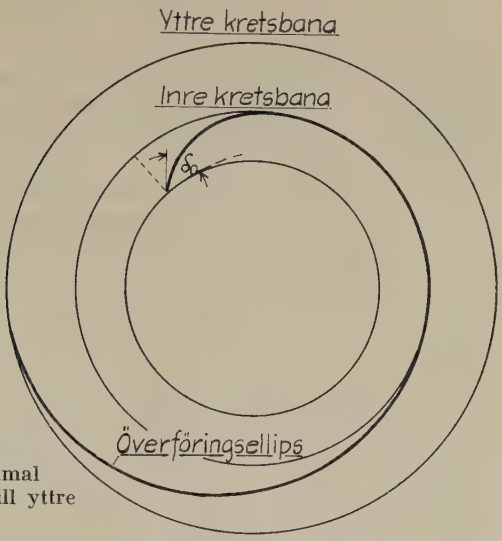


Fig. 5. Karaktären på optimal uppfartsbana för farkost till yttre kretsbana.

Närmast jordytan är luften tät nog för att kunna överföra jordrotationsvektorn till en farkost som befinner sig där och som har en rörelse relativt jordytan, t. ex. en rymdfarkost i början av sin uppfartsbana. Luften verkar så att säga som en stel skiva som på ifrågavarande breddgrad roterar med jorden utan släppning. Accelerationen i banplanet (alltid en storcirkel) relativt jordytan är

$$\bar{a}_j = \bar{a}_{rel} + \bar{a}_c \tag{15}$$

där $\bar{a}_c$ är komponenten i banplanet av

$$\bar{a}_{cor} = 2\bar{\omega}_0 \times \bar{v}_{rel} \tag{16}$$

Accelerationen relativt ekliptikan är

$$\bar{a}_{abs} = \bar{a}_{rel} + \bar{a}_c + \bar{a}_{syst} = \bar{a}_j + \bar{a}_{syst} \tag{17}$$

där $\bar{a}_{syst}$ motsvarar enbart jordens rotationshastighet.

Om man betraktar en kretsbana i dessa täta luftlager bleve värdet pa a_{abs} givetvis oförändrat även om ingen atmosfär funnes. Ur celest synpunkt kan man vidare tala endast om a_{abs}-värdet; komponenterna $\bar{a}_{rel}$ etc. har ingen mening vid ett celest betraktelsesätt, oavsett om en atmosfär existerar eller ej.

Vi antar nu i stället att farkosten rör sig på så stor höjd över jordytan att luften ej existerar som ett sammanhängande system, dvs. att dess molekyler i stället rör sig i nästan obegränsat individuella

banor. Luften är då för tunn för att kunna överföra jordrotationsvektorn till farkosten och någon coriolisacceleration kan alltså ej uppkomma. Jordrotationen inverkar då uteslutande genom det vid starten från jordytan erhållna translatoriska tillskottet till farkostens hastighet. Detta tillskott minskar behovshastigheten för kretsbaneuppdraget i motsvarande mån.

För en kretsbana på ifrågavarande stora höjd existerar såväl ur celest som »jordytsbunden» synpunkt endast en enda vinkelhastighet för banan, nämligen den som svarar mot kretshastigheten v_r.

Under uppfartsbanan kommer värdet på $\bar{v}_{rel}$ att ökas och det effektiva, av luftkrafterna förmedlade värdet på jordens rotationsvektor $\bar{\omega}_0$ att minskas, varför också a_c efter att ha uppnått ett maximum så småningom minskas. En analogi kan dras med problemet om värmeöverföringen från luften till farkosten. Den kinetiska temperaturen i luftens gränsskikt intill skrovet, vilken uppkommer genom omvandling av luftens rörelseenergi relativt farkosten till värmeenergi, ökas med ökande v_{rel}. Värmeöverföringskoefficienten för värmeöverföringen till skrovet minskas däremot med minskande lufttäthet, dvs. med ökad höjd. Den överförda värmemängden, som är produkten av temperaturskillnaden gränsskikt-skrov och nämnda koefficient, får liksom skrovets temperatur och värmespänningar alltså ett maximum och minskas därefter.

Den inre kretsbanan skall som förut nämnts förläggas på en så stor höjd att värmespänningarna ej blir så stora att skrovets vikt härigenom ökas onödigt. På denna höjd blir a_c alltså endast en mycket liten del av vad den skulle bli om luften där vore ett sammanhängande system. För en kretsbana i jordens ekvatorsplan på t. ex. 1000 km höjd skulle a_c i det senare fallet bli lika med ca $0{,}1g$, riktad efter jordradien. Den sammanlagda inverkan av $\bar{a}_c$ blir alltså fullt försumbar när det gäller beräkning av accelerationen i bantangentens riktning. Såsom en hastighetsökning vinkelrätt mot bantangenten har dock $\bar{a}_c$ en viss teknisk betydelse, se nästa avsnitt.

4.5. Metod för beräkning av uppfartsbanan

Efter att ha visat grunderna för urval av optimala banor övergår vi nu till att visa grunderna för beräkning av en rymdfarkosts reaktion mot det på densamma verkande kraftsystemet i en uppfartsbana. I samband härmed skisseras till sist metoden för beräkning av sådana banor.

Fig. 6 visar det allmängiltigaste fallet av ett kraftsystem på en rymdfarkost i uppfartsbana, sedd relativt jordytan. Tre riktningar och två referenssystem är väsentliga: bantangent, farkostaxel och

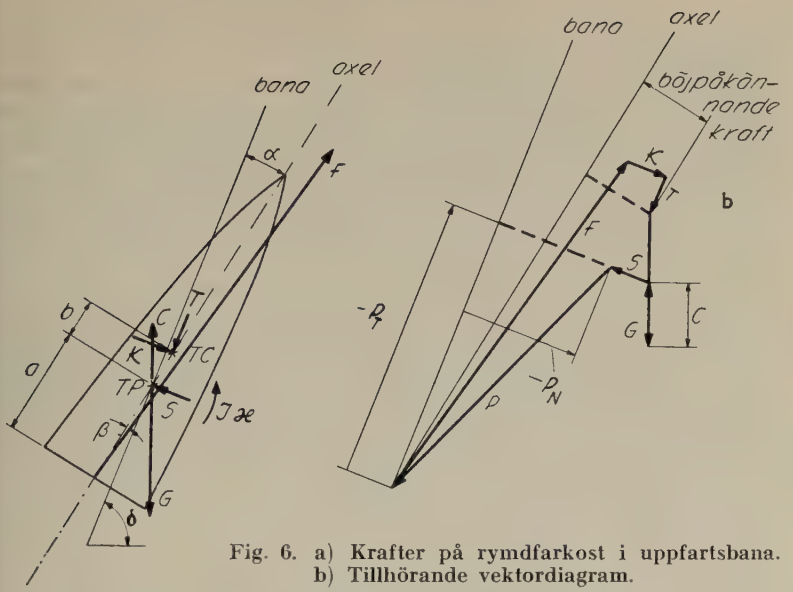


Fig. 6. a) Krafter på rymdfarkost i uppfartsbana.
b) Tillhörande vektordiagram.

dragkraftriktning; rätvinkliga koordinatsystem med bantangenten resp. farkostaxeln som ena axeln. I det förra systemet betraktas de krafter och accelerationer ur vilka *rörelsen*, dvs. hastighets- och bankoordinatvektorer, bestäms. I det senare systemet betraktas de krafter som har att göra med farkostens *hållfasthet*, dvs. de krafter som orsakar spänningar i farkosten.

Verkande materiella krafter är: dragkraften F, normalluftkraftresultanten K, som verkar vinkelrätt mot banan, och tangentialluftkraften T, luftmotståndet, som verkar i bantangentens riktning. Dessa två senare angriper i tryckcentrum TC som i allmänhet ligger framför tyngdpunkten TP. Verkande fältkraft är gravitationen G, vari inlägges minskningen på grund av jordrotationens centrifugalkraft. Vidare uppträder tröghetskrafter, nämligen centrifugalkraften C, riktad efter jordradien utåt, banplanskomposanten S av corioliskraften, riktad efter bannormalen utåt, samt de resterande tröghetskrafterna P_T och P_N som motsätter sig accelerationer i resp. vinkelrätt mot bantangentens riktning. Hur dessa krafter sammansätter sig framgår av vektordiagrammet till höger i fig. 6 som klargör den translatoriska dynamiska jämvikten. Effektivkrafterna $-P_T$ och $-P_N$ är alltså disponibla för hastighetsökning i banan resp. för den nödvändiga avkrökningen till horisontell kretsbana på önskad höjd. Krafterna F, K och T är de enda som har påkännande komponenter.

Härav uppkommer trycklaster i farkostens längdriktning och böjpåkänningar vinkelrätt däremot.

För kontroll av farkostattityden $\delta - \alpha$ kan olika programmerade styrmetoder användas: raketstrålar vinkelrätt mot farkostaxeln, fenor i avgasströmmen, svänghjul som roterar i banplanet och utväxlar spin med farkosten, samt snedställning β inom farkosten av motorerna i deras kardanupphängning och därigenom av dragkraften. Den rotoriska dynamiska jämvikten uttrycks av momentekvationen kring tyngdpunkten TP:

$$K b \cos \alpha + T b \sin \alpha - F a \sin \beta - I \ddot{\varkappa} = 0 \qquad (18)$$

Som förhållandena framställts i fig. 6 underhålles en momentan vinkelacceleration medurs. Genom en ytterst obetydlig variation av β kommer termen $I\ddot{\varkappa}$ i (18) att få positivt eller negativt tecken. Man måste ju vid vissa tillfällen bromsa in medursvridningen av farkostaxeln för att vinkeln $\delta - \alpha - \beta$, dvs. dragkraftriktningen relativt jordytan, som bär huvudansvaret för farkosttyngdpunktens, dvs. farkostens, bana, skall kunna följa ett uppgjort program.

Accelerationen efter bantangenten resp. bannormalen blir

$$a_T = -\frac{P_T}{m} \quad \text{och} \quad a_N = -\frac{P_N}{m} \qquad (19)\ (20)$$

Vid banberäkning för givna element n_{cb}, r_e, v_e och F bestämmes först brinntiden t_s. För ett motorprogram med konstant massflöde gäller därvid formlerna

$$t_s = \frac{v_e(r_e - 1)}{n_{cb}\, g} \quad \text{och} \quad m = \frac{m_0}{1 + \frac{t}{t_s}(r_e - 1)} \qquad (21)\ (22)$$

Ur en preliminär bana fås hur v_{rel} och därmed K och T varierar med t och bankoordinaterna. För uppfartsbanans del är det härvid tillräckligt noggrant att tänka sig jordytan som plan under de ringa tidrymder som går åt för genomlöpande av uppfartsbanan till inre kretsbanan. Normalt ligger totaltiden mellan 5 och 10 minuter och sluthastigheten (utan avdrag för jordens rotationshastighet) vid ca 7,8 km/s för R_i=jordradien+100 km.

Nu indelas totaltiden t_s i ett lämpligt, ej alltför stort antal (6—10) lika tidsintervall Δt. Under varje Δt gäller en medelacceleration F/m för dragkraften liksom även medelvärden för K, T, C, G och S. För $g_{\hbar}$ kan man härvid utan större fel anta ett medelvärde för hela uppfartsbanan upp till kretsbanan. Detta värde kan efterkorrigeras om så skulle behövas. Man arbetar sig sedan intervall efter intervall fram till $t = t_s$. Under varje intervall minskas vinkeln δ med ett belopp

$$\Delta\delta = -\operatorname{arctg}\frac{a_N \cdot \Delta t}{v_{rel\,0} + a_T \cdot \Delta t} \qquad (23)$$

Efter denna banberäkningsetapp behövs vanligen en korrektionsberäkning. Man finner i praktiken vid viktsoptimal analys av en uppfartsbana för ett kretsbaneuppdrag att man behöver tillgripa såväl en sänkande luftkraft K enligt fig. 6 som den därav enligt (18) följande underställningen β av F, förutom den tyngdpunktssänkande G, för att i tid hinna kröka banan till ett optimalt värde på R_i, även vid en startbanvinkel δ_0 ansenligt mindre än 90° som i fig. 5.

Man kan låta uppfartsbanan tangera inre kretsbanan först i det ögonblick då hastigheten relativt ett ekliptikafast koordinatsystem är lika med kretshastigheten (i fig. 5 har tangeringen tänkts ske tidigare). Man slipper då ifrån en del extra energiförluster genom att F inte behöver riktas snett utåt för kompensation av skillnaden mellan den inåtriktade tyngdkraften och den utåtriktade centrifugalkraften, såsom behövs i det fall att tangeringen sker tidigare.

5. Litteratur

Till tjänst för den som önskar följa utvecklingen inom astronautiken meddelas en förteckning på de viktigaste facktidskrifterna. Utgivande samfund, i de fall detta inte framgår av tidskriftstiteln, anges inom parentes.

1. *Astronautica Acta.* (The International Astronautical Federation.)
2. *Boletin de la Sociedad Argentina Interplanetaria.*
3. *Jet Propulsion.* (The American Rocket Society.)
4. *Journal of the British Interplanetary Society.*
5. *Journal för Svenska Interplanetariska Sällskapet.* — SIS har även en s. k. litteraturtjänst, som refererar uppsatser av astronautiskt intresse vilka förekommer i de vetenskapliga och tekniska tidskrifterna; referaten utges på registerkort.
6. *Missiles and Rockets.* (American Aviation Publications.)
7. *Spaceflight.* (Halvpopulär, utges av The British Interplanetary Society.)
8. *Weltraumfahrt.* (Deutsche Gesellschaft für Raketentechnik und Raumfahrt.)

Av fackbetonade böcker om astronautik men med bred översikt över ämnet må nämnas:

9. Oberth, H.: Wege zur Raumschiffahrt. R. Oldenbourg, München/Berlin 1929.
10. Clarke, A. C.: Interplanetary Flight. Temple Press Ltd., London 1950.
11. von Braun, W.: The Mars Project. The University of Illinois Press at Urbana, 1953.
12. Carter, L. J. m. fl.: Realities of Space Travel. Putnam, London 1957.
13. Gartmann, H. m. fl.: Raumfahrtforschung. R. Oldenbourg, München 1952.
14. Haber, H.: Man in Space. Sidgwick and Jackson, London 1953.

Aktuell experimentalfysik

Några reflexioner

Av lektor Eve Staffansson, Göteborg

I ett tidigare häfte av denna tidskrift (37: 2, 1954) hade författaren tillfälle att framlägga vissa synpunkter på fysikaliska demonstrationer jämte hithörande litteratur. Nämnda artikel aktualiserades närmast av ett då utkommet verk, Leybolds Physikalische Hand-Blätter (1. Folge). För närvarande föreligger tre delar, den tredje (48 blad) just utkommen. Innehållet i och värdet av de två första delarna torde vid det här laget vara ganska välbekant för flertalet fysiklärare. Den tredje delen behandlar i huvudsak försök inom optik, ellära och atomfysik (inkluderande kärnfysik). Ett flertal försök förtjänar en speciell uppmärksamhet.

Den fotoelektriska effekten, en av kvantfysikens experimentella grundvalar, behandlas i trenne försök och därvid ges det väsentliga i såväl innebörd som utveckling av detta fysikaliska fenomen: från Herz' och Hallwachs' försök till kvantitativ bestämning av Plancks konstant. Såväl frekvens- som intensitetsberoendet analyseras.

Bestämning av ljushastigheten med acceptabel noggrannhet genomföres enligt Foucault-Michelson. Värdet av ett sådant försök är ju i och för sig betydande (universell konstant, relativitetsteori) men förstärkes väsentligt genom de försök, som behandlar den experimentella bestämningen av ε_0 och μ_0. Den maxwellska teorien, elementarfysikens länk mellan ellära och elektromagnetisk strålning, får en god belysning genom att man här verifierar det fundamentala sambandet $\mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot c^2 = 1$. Andra viktiga experiment, speciellt för ett högre stadium, eller i ev. överkurs, behandlar Abbes teori för mikroskopets bildalstring och upplösningsförmåga samt den av Töpler angivna, tekniskt betydelsefulla slirmetoden för undersökning av optiska inhomogeniteter i transparent medium. Under optikavsnittet följer därjämte ett betydande antal försök över dispersion och färglära samt våglängdsbestämning i olika spektra.

Atomfysiken kräver allt större utrymme från skolstadiet och uppåt. Men denna atomfysik skall inte vara den lätt beskrivande utan den på *kvantitativa* experiment baserade, där den bohrska atomteorien med kompletteringar måste utgöra grundvalen. Bestämningen av e/m, Plancks konstant och Rydbergskonstanten jämte Frank-Herz' elektronstötförsök ger den teoretiska framställningen det nödvändiga experimentella stödet. Sistnämnda försök genomföres med ett rör med fyra elektroder, katod, två galler och anod (dvs. traditionell utformning). Röret som innehåller en droppe Hg upphettas till ca

200°, varvid Hg:s ångtryck uppgår till ung. 15 torr. En successiv stegring av spänningen mellan de två gallren upp till 25 V ger fyra markanta strömmaxima med en spänningsdifferens om 4,9 V mellan varje, motsvarande Hg:s resonanslinje. Det må dock sägas att förberedelserna till detta försök ej inrymmes på en 10-minuters rast! Men väl planlagt och korrekt genomfört ger det lön för mödan. I fjolårets decemberhäfte av American Journal of Physics behandlas en variant av detta försök, där funktionssambandet mellan anodström och en gallerspänningsdifferens registreras oscilloskopiskt.

Ett flertal försök ägnas en *kvantitativ* bestämning av röntgenstrålningens joniserande förmåga. Wulfelektroskopet med två kondensatorplattor tjänstgör som strålningsdetektor. För elektroskopet måste därvid såväl dess kapacitans som den spänning, då tråden berör motelektroden, vara kända. Försöken gör på ett pedagogiskt sätt klart hur den inom en viss luftvolym av strålningen alstrade laddningen mätes. Tillfälle bjuds att diskutera enheten röntgen och kanske även om handen eller portmonnäen skall vara genomlysningsobjekt, i varje fall om man är informerad om gällande strålskyddsbestämmelser i detta avseende.

Självfallet måste kärnfysiken i ett nyutkommet ehuru ej avslutat verk ägnas stor uppmärksamhet i våra dagar. Det är dock väsentligt att kärnfysiken på detta stadium organiskt inarbetas i atomfysiken. Kärnan är och förblir den ena av atomens konstitutiva delar, men den andra, elektronuppsättningen, har ej spelat ut sin roll i vår elementarundervisning, även om den tyvärr ofta ej varit särdeles framträdande. Vi ger lättare ett rätt perspektiv på materien om atomfysikaliska demonstrationer i vidgad omfattning och i viss ordning kommer till stånd: först försök med »universell» anstrykning såsom c-, e- och e/m-bestämning, därefter spektroskopi och fotoelektrisk effekt för att belysa atomens elektronhöljen och slutligen kärnfysikaliska experiment. De elementära delarna av bl. a. kvant- och relativitetsteorien ger sammanfattande synpunkter.

Det är därför av intresse, att i denna tredje del vid sidan av elektronfysiken återges kärnfysikexperiment i *kvantitativ* utformning avsedda för *demonstration:* separation av α-, β- och γ-strålar, avlänkning av β-partiklar i magnetfält av känd flödestäthet, räckvidd för α-partiklar, halveringstid m. fl. Det pedagogiska värdet förstärkes genom att denna experimentserie samtidigt återspeglar detektorteknikens utveckling från Geigers spetskammare med Wulfelektroskop till G-M-röret med förstärkare och registreringsanordning i form av räkneverk, högtalare eller integrerande instrument. Det är nu inte bara kunskaper om kärnans beteende, som åskådligt framträder i dessa experiment. Samtidigt får man impulser att diskutera generella lagar inte som

hugskott utan som nödiga komplement vid experimentens analys. Ett exempel: β-partiklarnas avlänkning utan hänsyn till massans hastighetsberoende skulle ge en partikelhastighet 3 gånger ljushastigheten! En sida av den speciella relativitetsteorien får en skolmässig belysning och kvantitativ bekräftelse (maximienergien hos β-partiklarna känd).

Har vi då *råd* och *tid* att anskaffa och begagna all den utrustning som den moderna utvecklingen visar oss? Är den rikhaltiga floran av nya och krävande experiment något som har med *skol*-fysiken att göra? Några synpunkter på dessa frågor.

Experimentell fysik kräver experimentell utrustning, tid av pedagoger och penningar av dem som dylika beviljar. Det första bör vara ett trivialt påpekande, det andra står lika klart för alla oss pedagoger som det tredje mången gång oklart för vår pekuniära överhet. Traditionen ligger oss i viss mån i fatet, det enkla kvalitativa försöket, det som några av oss kanske hade förmånen att stirra på från skolbänken, kunde och kan göras med primitiv utrustning av ofta »hemmagjord karaktär»; det kvantitativa försöket på såväl gamla som nya områden, det som skall ersätta det kvalitativa jämte mycken problemräkning, kräver däremot en utrustning av helt annat slag och ett icke oväsentligt mått av förarbete. Detta gäller såväl demonstrationer som elevlaborationer. Det bör dock ligga i allas intresse att de ekonomiska förutsättningarna skapas för att anskaffa och underhålla en *modern* utrustning. Tiden är ett mera komplicerat problem.

Mången vill kanske hävda den meningen, att flera av de här antydda experimenten är ett otillbörligt försök att injicera högstadiets fysik på ett för lågt stadium, där tiden redan till fullo är intecknad av den klassiska fysiken. Men har man då beaktat, att fysiken alltjämt har mer än ett stänk i sig av naturlära, låt vara i god mening. Tid för det nya kräver beskärning och revision av det traditionella stoffet. Förvisso ger vi våra elever mer fysik om vi ägnar mer tid åt sådana områden som elektriska och magnetiska fält, fysikalisk optik, elektronik, atom- och kärnfysik än, för att ta några exempel, explosionsmotorn och dess senare efterföljare, element och ackumulatorer, flertalet elektriska maskiner, hög- och lågtryck (meteorologi); detta senare och mycket därtill bör i sin helhet överföras till enhetsskolans fysik (»naturlära») eller ännu bättre vardagslivets erfarenhet. Gamla gränsområden måste reduceras när nya och viktigare kommit till. Fysiken av i dag har inte råd att hålla sig med en encyklopedisk karaktär.

Redan dagens samhälle kräver mycken fysikkunskap men morgondagens vida mer. Ett viktigt incitament till ökat fysikintresse utgör otvivelaktigt en tidig introduktion i aktuell fysik.

Kemilärarebristen och kemilärarnas arbetsbörda

Av lektor Stig Andersson, Lund

Såsom i korthet omtalades i årets marshäfte av Elementa anordnade Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning vid sitt sammanträde i november 1956 en diskussion över ämnet »Bristen på kemistuderande. Orsaker och ev. botemedel».

Det behandlade ämnet är för närvarande synnerligen aktuellt. Det är välbekant, att bristen på kvalificerad arbetskraft inom alla områden är stor. Detta är särskilt påtagligt beträffande tekniker och naturvetare och bland dessa är det alldeles särskilt stor brist på kemister, såväl inom industrien som bland läroverkslärarna.

Som inledare i diskussionen fungerade dels en representant från universitet och läroverk, dels en representant från industrien.

Lektor Birger Adell, Lund, påvisade genom statistiskt material, som delvis hopsamlats av professor Erik Larsson, att antalet kemistuderande på 2-betygsstadiet i Lund varit praktiskt taget oförändrat under de sista 10 åren, trots att det totala antalet studerande under samma tid i det närmaste fördubblats och man i angränsande naturvetenskapliga ämnen har måst dubblera kurserna. Detta har enligt talaren bl. a. sin grund i att de studerande som tredje ämne i fil. ämbetsexamen vid sidan om matematik och fysik, numera i stället för kemi, som förut var obligatoriskt, väljer ett annat ämne, oftast mekanik. Talaren diskuterade orsakerna härtill. Tidigare ansågs kemi vara ett relativt svårt ämne eller åtminstone ett ämne, som tog relativt lång tid. Talaren kunde emellertid genom statistiskt material visa, att detta numera, sedan kurserna nedskurits och undervisningen rationaliserats, inte är fallet. — Ämnet kemi anses bland lärare i naturvetenskapliga ämnen vara ett särskilt arbetsamt ämne att undervisa i. Även sådana, som har detta ämne i sin examen, vill gärna slippa att undervisa i det. För att förhindra en ytterligare flykt från kemien bland lärare och lärarekandidater föreslog talaren, att föreningen skulle hemställa hos Kungl. Skolöverstyrelsen, att denna måtte söka åvägabringa vissa lättnader i kemilärarens och särskilt institutionsföreståndarens arbetsbörda.

Tekn. dr Carl Olof Gabrielsson från Mo & Domsjö, Örnsköldsvik, som företrädde industrien, påpekade, att antalet sökande till kemilinjen vid de tekniska högskolorna under de sista åren visat en katastrofal nedgång, trots att prognoser tyder på att den svenska industrien under de närmaste åren behöver ett stort antal kemister. Svenska Kemistsamfundet har med oro iakttagit detta och söker nu

på olika sätt råda bot härpå. Det är enligt talaren givet, att det framför allt gäller att väcka gymnasisternas håg för kemi. Den skicklige och intresserade läraren kan naturligtvis här göra mycket. Talaren redogjorde för olika vägar, som Kemistsamfundet gått in på för att öka kemiintresset bland läroverksungdom. Han nämnde bl. a. den föreläsningsverksamhet i skolorna, som sedan ett par år anordnats av samfundet och de av samfundet arrangerade s. k. Berzelius-dagarna i Stockholm (se Elementas marshäfte 1956 och 1957).

För att öka den nyutexaminerade kemiläraren grundkunskaper i ämnet föreslog doktor Gabrielsson, att examensstadgan beträffande fil. ämbetsexamen skulle ändras så, att ämnet kemi skulle delas i två delar. På detta sätt skulle en filosofie magister kunna taga 2+2 betyg i kemi och alltså få större kunskaper i just detta ämne, utan att studietiden förlängdes.

Den efterföljande diskussionen blev mycket livlig. Professor Erik Larsson redogjorde för den kurs i undervisningsexperiment, som sedan gammalt anordnas i Lund, men som vid andra lärosäten är praktiskt taget helt borta. Han efterhörde, huruvida auditoriet ansåg, att denna kurs borde nedskäras resp. helt försvinna för att på så sätt minska studietiden, eller om den borde vara kvar, ev. i moderniserad form. De närvarande lärarna förklarade enstämmigt, att kursen hade för dem varit mycket nyttig och att det vore en stor förlust för de blivande lärarna, om den försvunne.

Vidare yttrade sig lektorerna Bror Gustaver, Stig Andersson, och Göran Forsberg, rektor Johan Hemmingsson samt adjunkterna Gunnar Wernfors och Erik Svensson. Den senare ställde till inledaren, doktor Gabrielsson, den för en akademiker intressanta frågan, om det var riktigt, som han hade konstaterat, att en akademiker-kemist i industrien har sämre betalt än en civilingenjör-kemist. Doktor Gabrielsson hävdade, att det absolut inte borde vara så och i allmänhet heller inte är det.

Föreningens styrelse har sedermera tillställt Kungl. Skolöverstyrelsen en redogörelse för de synpunkter, som framkom vid diskussionen och i denna skrivelse avslutningsvis uttalat vissa önskemål:

»Sammanfattningsvis önskar föreningen

dels fästa Skolöverstyrelsens uppmärksamhet på den dåliga tillströmningen av studerande till ämnet kemi vid universitet och högskolor, vilket inger farhågor för framtiden ifråga om möjligheten att tillgodose läroverkens behov av kemilärare,

dels anhålla, att Skolöverstyrelsen måtte bevaka skolans intresse med hänsyn till bibehållandet av kursen i undervisningsexperiment

vid magisterutbildningen i kemi vid Lunds universitet och även söka åstadkomma, att en dylk kurs införes vid andra läroanstalter, där kemilärare utbildas,

dels anhålla, att Skolöverstyrelsen måtte vidtaga lämpliga åtgärder för att lätta kemilärarnas arbetsbörda,

dels anhålla, att Skolöverstyrelsen måtte söka utverka, att medel ställes till skolornas förfogande för anordnandet av studieresor till kemiska industrier.»

Notiser

Anordning för uppritande av ellips och hyperbel på en tavla

Hur en ellips ritas framgår av fig. 1. På tavlan anbringas i brännpunkterna två sugkoppar försedda med klämmor i vilka ett snöre fastsättes. Kurvan ritas på sedvanligt sätt med hjälp av en krita. Denna placeras i en skyddsring eller hållare för att snöret ej skall äta sig in i kritan, och snöret förses lämpligen med knutar till förhindrande av att det glider ur klämmorna. — Snöret kan fästas vid sugkopparna på olika sätt. Man kan t. ex. låta snörets ena ände vara vridbart fästad vid den ena sugkoppen och vid den andra fastklämd med kil- eller excentrisk anordning.

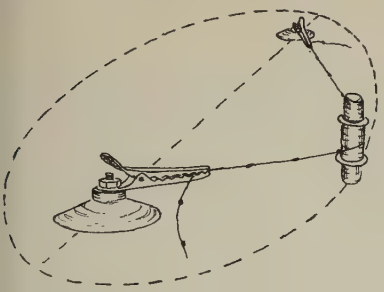


Fig. 1. Ellips.

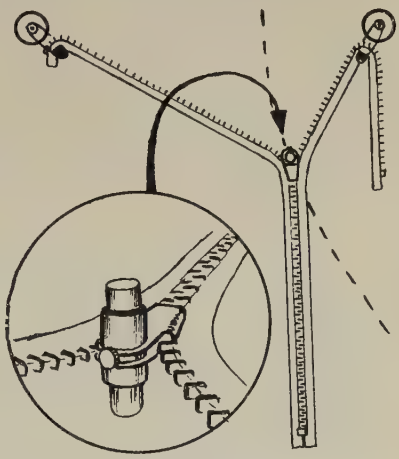


Fig. 2. Hyperbel.

För konstruktion av en hyperbel kan man betjäna sig av ett 1 meters blixtlås (fig. 2). I brännpunkterna till den hyperbel som skall uppritas fasttryckas sugkoppar å vilka säkerhetsnålar vridbart äro anbringade(lätta att avtaga). Yttre delen av ena blixtlåshalvan fästes

vid den ena säkerhetsnålen. Den andra säkerhetsnålen fästes längre in å den andra blixtlåshalvan, alltefter önskad hyperbelform.

När låset drages ned, ökas brännpunktsradierna med samma belopp, och skillnaden mellan brännpunktsradierna blir hela tiden densamma. Den uppritade kurvan blir alltså en hyperbelgren. Därefter låter man säkerhetsnålarna byta plats och den andra hyperbelgrenen kan uppritas.

Apparaterna kommer att tillhandahållas hos Norstedts Skolavdelning.

Bertil Nilsson

Uppgift 7 i matematik (specialkurs), jan. 1957

Normalen i en punkt P på parabeln $y^2=x$ skär parabeln i ytterligare en punkt Q. Bestäm längden av kordan PQ som funktion av normalens riktningskoefficient (vinkelkoefficient), och upprita motsvarande kurva med angivande av eventuella maximi- och minimipunkter.

Enär alla parabler är likformiga, kan man lika enkelt lösa uppgiften generellt för parabeln $y^2=2px$. Av symmetriskäl kan man inskränka sig till positiva värden på normalens vinkelkoefficient k. Utgår man från normalens ekvation

$$y=kx-pk-\tfrac{1}{2}pk^3 \qquad (1)$$

blir normalkordans längd $f(k)=2p\cdot\dfrac{(1+k^2)^{3/2}}{k^2}$, och $f'(k)=0$ ger $k=\pm\sqrt{2}$.

Ekvationen för den kortaste normalkordan blir då

$$y=x\sqrt{2}-2p\sqrt{2}$$

Den är normal i punkten $(p;\ -p\sqrt{2})$. Dess skärningspunkt med x-axeln blir $(2p;\ 0)$, och dess andra skärningspunkt Q med parabeln blir $(4p;\ 2p\sqrt{2})$.

Man kan visa, att Q sammanfaller med skärningspunkten mellan parabeln och dess evoluta. Evolutan är enveloppen till parabelns normaler. Av de normaler, som går genom en punkt R tätt intill en evolutabåge på dess konvexa sida, bildar två en mycket liten vinkel med varandra. När $R\to R_0$ på evolutan, sammanfaller de i evolutatangenten i R_0. Betraktar man (1) som ekvation i k och sätter diskriminanten $=0$, får man därför evolutans ekvation

$$27py^2=8(x-p)^3 \qquad (2)$$

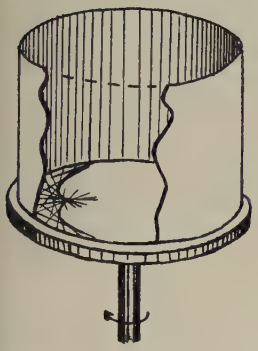
Det är en semikubisk parabel med spetsen i $(p;\ 0)$, riktad mot parabelns topp; parabelns axel är spetstangent. Ekvationen (2) satisfieras av Q:s koordinater. De till kortaste normalkordorna hörande punkterna Q är alltså identiska med parabelns och evolutans skärningspunkter, och enligt evolutans definition härovan tangerar kordorna evolutan i dessa punkter.

W. Schock

Kaustikan

Vissa i handeln förekommande cylindriska brödburkar av aluminium ha vid tillverkningen, genom valsning, fått formen av ett mångsidigt prisma.

Belyses insidan av en dylik burk med ljus från en punktformig ljuskälla (L i fig.), så återkastas ett skarpt ljusknippe från varje yta, och en kaustika uppstår på burkens botten. Placeras burken på ett vridbart underlag (t. ex. grammofontallrik), som får rotera sakta, kan man tydligt följa varje ljusknippe, när det på sin vandring runt burken bildar kaustikan. Sänkes ljuskällan erhålles dubbel reflexion, och en kardioidliknande figur uppstår. För att tydligare kunna se strålarna kan man lägga ett vitt papper på burkens botten.



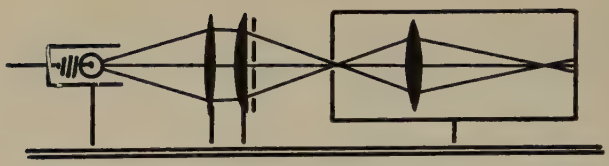
Man bör inte köpa första bästa burk utan att pröva den. Inga bucklor få förekomma, och burkens inre skall ha blanka ytor. Burkar märkta »J. H.» i bottnen äro i regel utmärkta.

Bertil Nilsson

Demonstration av ljusets brytning i en lins

Då man med hjälp av Hartls skiva eller liknande anordning vill studera hur ljus utgående från en punkt brytes i en samlingslins (-modell), brukar man för åstadkommande av ett divergent strålknippe använda en »korrugerad» glasskiva och en spalt, men följande sätt synes mig vara bättre.

Som ljuskälla användes en tonfilmlampa med smal glödspiral (exempelvis Osram 8001, 6 V, 4,35 A). Denna är att föredraga framför den vanligen förekommande tonfilmlampan med »kvadratisk» glödtråd, som ger ett betydligt sämre resultat här och vid alla andra försök, där man avser att visa strålar utmed en skärm. En lins med ca 15 cm brännvidd får samla ljuset till ett parallellt eller svagt konvergent knippe, som på vanligt sätt får stryka utmed en lodrät vit skärm. Konvergensen måste dock vara så svag, att strålarnas skärningspunkt ligger bortom skärmen (till höger i fig.). Placera en skiva med tre vågräta spalter med ca 1,5 cm avstånd från spalt till spalt efter linsen. Vrid lampan, så att glödtråden blir vågrät; strålarna



blir då skarpast. Omedelbart efter linsen placeras nu en cylinderlins med vågrät axel. Brännvidden bör vara ca 8 cm. Spalterna flyttas intill cylinderlinsen. På skärmen ser man nu tre strålar, som skär varandra. Slutligen flyttas skärmen så, att skärningspunkten hamnar där strålarna går in på skärmen.

Placeras nu en modell av en positiv lins på skärmen, ser man hur ljuset bryts. Är avståndet från skärningspunkten, »föremålet», lika med modellens brännvidd, går ljuset ut parallellt, är det större, bryts strålarna till en verklig bildpunkt. Är slutligen avståndet mindre än brännvidden, blir det divergenta strålknippet något hopbrutet: bilden är virtuell. Ännu vackrare blir försöket, om man fäster remsor av ej alltför kraftigt färgad celluloid — orange, gult, ljusblått — framför spalterna, exempelvis med tape. *Bengt Liljeqvist*

Inversion av reducerande disackarider

Rörsocker, som är en icke reducerande disackarid, hydrolyseras av vätejoner till två reducerande hexoser, däri har man således ett visst experimentellt belägg för påståendet att en disackarid ger två monosackarider. Men i fråga om maltos och laktos, båda reducerande, kan Fehlings lösning inte ge något svar på frågan om det även här sker en hydrolys. Det kan däremot den fördubbling av den molekylära koncentrationen ge, som äger rum vid hydrolysen. M. a. o. man bestämmer någon av de fyra osmotiska egenskaperna, enklast kokpunktsförhöjningen av en lösning före och efter hydrolysen. Följande försök, som kan utföras antingen under en lektion eller som laborationsövning tar inte lång tid och kan vara värdefullt som exempel på användningen av en fysikalisk metod vid lösandet av ett kemiskt problem.

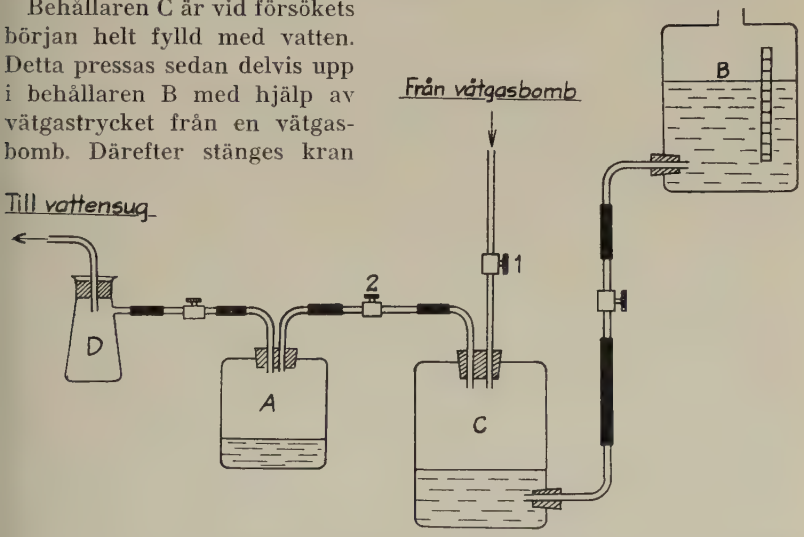
Man kan använda 20 ml vatten, bestämmer vattnets kokpunkt och tillför därefter ungefär 15 g maltos eller 10 g laktos (som är mindre lättlösligt än maltos) och bestämmer lösningens kokpunkt. Härefter tillsättes två droppar konc. saltsyra, och kokpunkten bestämmes ånyo. Det visar sig att kokpunktsförhöjningen, inte genast men ganska snart blir ungefär dubbelt så stor som förut. En enkel beräkning eller ett blindprov med 20 ml vatten + 2 droppar konc. saltsyra visar att syratillsatsen inte har någon märkbar inverkan på kokpunkten.

Vattnets molekylära kokpunktsförhöjning är ju ganska liten eller 0,516°, och om man har tid är det naturligtvis bättre att bestämma lösningarnas fryspunkter. Men då man inte kan undgå att upphetta till nära kokning efter syratillsatsen för att hydrolysen skall gå fort, så kommer försöket att ta längre tid. Detta sätt att visa inversionen har jag emellertid inte prövat. *G. Starck*

Hydrering av omättade fetter

Hydrering av omättade fetter kan utföras på följande sätt. I reaktionskärlet A införes ett omättat fett, t. ex. ricinolja, en katalysator (i detta fall $PtO_2 \cdot H_2O$) och absolut etylakohol. Lämpliga mängder är 30 g ricinolja, 0,3 g platinaoxid och 30 ml alkohol. Alkoholens uppgift är att göra blandningen mera lättflytande, så att dennas beröringsyta med vätgasen i reaktionskärlet kan ökas genom skakning.

Behållaren C är vid försökets början helt fylld med vatten. Detta pressas sedan delvis upp i behållaren B med hjälp av vätgastrycket från en vätgasbomb. Därefter stänges kran



nr 1, och reaktionskärlet evakueras med vattensug och en säkerhetsflaska D. Nu öppnas kran nr 2, så att vätgasen kan strömma in i reaktionskärlet. Detta evakueras och fylles med vätgas ännu några gånger, så att det får ren vätgasatmosfär. Trycket i reaktionskärlet blir något större än lufttrycket på grund av nivåskillnaden mellan vattenytorna i behållarna B och C.

Hydreringen påskyndas genom att reaktionskärlet omskakas. Den förbrukade volymen vätgas kan avläsas på en skala, som anbragts på B eller C. För 30 g ricinolja åtgår ca 2,5 liter vätgas. En del därav

förbrukas vid reduceringen av $PtO_2 \cdot H_2O$ till Pt. När fettet är mättat, har reaktionsblandningen antagit fast form. Kärlet A uppvärmes på vattenbad, så att fettet smälter, och detta hälles över i en hög, smal bägare. Alkoholen avlägsnas genom kokning och platinakornen genom att det vid rumstemperatur fasta fettet hålles smält, så att de svarta platinapartiklarna sjunker till botten. Platinaoxiden kan återvinnas genom att platinametallen löses i kungsvatten och indunstas, behandlas med natriumnitrat och slutligen genom upphettning överföres till oxid.

Försöket har utförts som enskilt arbete av eleverna Gunnar Aronsson och Arne Bjernulf i ring R IV vid Högre allm. lärov. i Falun.

Sven Östling

Sätt att lossa glasproppar

Glasproppar i flaskor och krankikar i byretter har ofta en benägenhet att fastna. En effektivare metod än den vanliga, att värma flaskhalsen, är följande.

Man tillverkar ett par kilar av ek (gärna 3 par med olika spetsig vinkel), som passar in mellan proppen och flaskhalsen utan att »eggen» når in till proppen. Man ställer den ena kilen på bordet, lägger flaskan nästan horisontellt, så att mellanrummet mellan propphuvudet och halsen fylles av kilspetsen, placerar den andra kilen på liknande sätt diametralt ovanför, varefter man med en mindre hammare slår ett eller flera slag på den övre kilen. Man ökar succesivt slagkraften till dess att proppen lossnar, vilket man ofta hör på ljudet.

När det gäller att lossa en kik i ett kranrör, tillverkar man lämpligt verktyg på följande sätt: Ett 6—8 cm långt stycke av en 1″ eller 3/4″ bräda förses i ena änden med ett spår, ca 2 cm djupt och så brett att kikens vred går fritt ned. En träpinne tillverkas, ca 5 cm lång, något konisk och med den smalare änden av något mindre tvärsnitt än kikens smala ände. Lösgörandet av kiken tillgår nu så, att brädan placeras i vertikal ställning på ett bord, varefter byretten eller kranröret lägges så, att kranhalsen vilar mot ändträet och kikvredet ligger fritt i spåret. Träpinnen sättes härefter över kikänden och ett lätt slag med en hammare riktas mot träpinnens övre ände.

Den här angivna metoden, som kan kombineras med uppvärmning av flaskhalsen och kranen, har enligt författarens erfarenhet varit osviklig och sista utvägen att »rädda» en flaska eller en byrett.

Harry Hellström

Gradualavhandlingar[1]

KURT PETTERSSON, *Stereochemical studies in the α-aryl carboxylic acid series with special reference to phenyl- and 2-thienyl-substituted compounds.* Sammanfattning av avhandlingen är publicerad i Arkiv för Kemi *10*, 297—323 (1956) och behandlar tio uppsatser publicerade i Acta Chemica Scandinavica och Arkiv för Kemi 1950—1956. Disp. i Uppsala den 2 november 1956. Opponenter: docent LENNART SCHOTTE och fil. mag. KJELL OLSSON. — Med vederbörligt tillstånd har förf. antagit släktnamnet SKAGIUS.

Konfigurationsbestämningar på karbonsyror, innehållande en aromatisk grupp direkt ansluten till den asymmetriska kolatomen, har utförts i tämligen begränsad utsträckning tidigare. Då dessutom fenyl- och 2-tienyl-substituerade föreningar i många avseeden uppvisar liknande egenskaper har en jämförelse mellan analogt konstituerade α-fenyl- och α-(2-tienyl)-substituerade karbonsyror med avseende på konfigurativa samband, optisk aktivitet och racematbildningsförmåga utförts. Alla de undersökta substanserna med samma förtecken för den optiska aktiviteten har därvid visat sig ha samma konfiguration, vilken också kunnat inordnas i glycerinaldehydens system. Tiofenföreningarna har genomgående lägre optisk aktivitet och sämre racematbildningsförmåga än motsvarande fenylderivat.

De undersökta föreningarna kan indelas i tre grupper: α,β-diarylpropionsyrorna, alkylfenylättiksyrorna, vilka utgjort mellanled för anslutning av diarylpropionsyrorna till glycerinaldehyden, samt arylbärnstenssyrorna. Den förstnämnda gruppen består av de syror, som erhålles ur de fyra möjliga kombinationerna av arylgrupperna fenyl- och 2-tienyl, den andra gruppen av de fem lägsta homologerna i serien med ogrenade alkylgrupper och den sista gruppen av fenyl- och 2-tienylbärnstenssyrorna. Det steriska sambandet mellan första och andra gruppen har fastställts genom avsvavling av aktiv α-fenyl-β-(2-tienyl)-propionsyra till aktiv amylfenylättiksyra och mellan andra och tredje gruppen genom katalytisk hydrering av allylfenylättiksyra, vars relation till fenylbärnstenssyra bestämts av andra forskare. Anslutning till glycerinaldehydsystemet har erhållits på två ställen i den steriska serien, nämligen vid hydratropasyran och vid tienylbärnstenssyran, som genom avsvavling kunnat överföras till den anslutna *n*-butylbärnstenssyran.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Förutom rent kemiska metoder har några fysikaliska metoder använts vid konfigurationsbestämningarna. En viktig sådan är den s. k. kvasi-racemat-metoden, vilken grundar sig på bildningen av racematliknande molekylföreningar. Förekomsten av sådana har påvisats på flera olika sätt såsom termisk analys av fasdiagram, genom röntgendiffraktion eller med infrarödspektroskopi. I samband med bildningen av kvasi-racemat har villkoren för racematbildning diskuterats. De stora skillnaderna i detta avseende mellan fenyl- och tienylföreningarna kan inte förklaras med tillgängliga teorier för racematbildning. Andra tillämpade fysikaliska metoder är Freudenbergs förskjutningssats och en optisk metod, grundande sig på jämförelse av optiska aktiviteten i ett antal lösningsmedel. De använda metoderna, vilka givit samstämmiga resultat, har diskuterats och i vissa fall har viktiga generalisationer kunnat göras.

Tore Dalenius, *Sampling in Sweden. Contributions to the Methods and Theories of Sample Survey Practice.* Disp. i Uppsala den 16 mars 1957. Opponenter: docent Martin Weibull, Lund, och dr Joseph L. Hodges, Jr, Univ. of California, Berkeley.

Syftet med denna avhandling är dels att studera användning av stickprovsmetodik i svensk statistikproduktion, dels att redovisa vissa bidrag till dessa undersökningars teori och metodik.

I kap. 1 ger författaren en sammanfattning av de teorier, som redovisas i gängse läroböcker. Författaren anknyter framställningen till problemet att estimera en parameter $R=X/Y$, där X och Y är två totaler. Teorin för estimation av vissa andra parametrar, t. ex. $\bar{X}$, erhålles som specialfall.

I kap. 2—5 redovisas användningen av stickprovsmetodik i svensk statistikproduktion. Den historiska aspekten behandlas i kap. 2. Där visar författaren, att man i äldre svensk stickprovspraxis finner exempel på användningen av många moderna idéer. I kap. 3 och 4 redovisas två konkreta stickprovsundersökningar, för vilkas planering författaren varit ansvarig. Kap. 5 innehåller kritiska synpunkter på svensk stickprovspraxis jämte förslag till förbättringar.

De metodologiska och teoretiska bidragen redovisas i kap. 6—11. I kap. 6 behandlar författaren »ramproblemet» dvs. problemet att skapa ett register över urvalsenheterna i en population, samt anvisar en metod att lösa detta problem vid hushållsundersökningar. I kap. 7 behandlas problemet att på effektivaste sätt uppdela en population i delpopulationer, för användning av stratifierat urval. Tidigare har i teoretiska framställningar populationen antagits vara a priori uppdelad på L strata. Författaren visar nu, hur denna stratifiering bör

göras för att man skall ernå största möjliga precision i skattningen av medeltalet. I kap. 8 behandlas problemet att bestämma det optimala antalet strata. I kap. 9 upptar författaren till behandling stratifierat urval för skattning av flera parametrar; han visar där bl. a. att om man ersätter det univariata kriteriet: »parametern A skall skattas med variansen σ^2 för given stickprovsstorlek n» med ett kriterium av typen: »parametrarna A, B, ... etc. skall skattas med varianser, som *högst* uppgår till σ_A^2, σ_B^2 ... etc. för given stickprovsstorlek n» kan problemet att allokera urvalet på de L strata lösas med metoder liknande dem, som brukar benämnas »linjär programmering». I kap. 10 användes dessa metoder för lösning av ett analogt problem vid skattning av »regionala» parametrar. I kap. 11 redovisar författaren bidrag till behandlingen av bortfallsproblemet.

I det avslutande kapitlet diskuteras stickprovsundersökningarnas framtid i en statistikproduktion, utrustad med moderna matematikmaskiner; enligt författarens mening kommer dessa maskiner att verka befrämjande på användningen av stickprovsmetodik.

Tor Wiedling, *Directional correlation measurements and some other related investigations of excited nuclei.* Disp. vid Stockholms Högskola, 17 november 1956. Fakultetsopponent: docent K.-G. Malmfors.

I föreliggande avhandling behandlas hur man genom vinkelkorrelationsmätningar på den gammastrålning, som utsändes från exciterade atomkärnor, kan erhålla informationer om kärnan och den emitterade strålningen.

Nämnda metod förutsätter att den kärna man önskar undersöka äger två exciterade nivåer och att kärnans deexcitation sker genom att gammastrålningen emitteras i kaskad dvs. stegvis från andra exciterade nivån till den första och från denna till grundtillståndet. Ytterligare en förutsättning är, att den första exciterade nivån har kort livslängd dvs. mindre än cirka 10^{-6} sekunder.

Den experimentella bestämningen av vinkelkorrelationsfunktionen kan i princip ske med två för gammastrålning känsliga detektorer, den ena fast, den andra vridbar kring en axel. I vridningscentrum har det radioaktiva preparat, vilket man önskar studera, placerats. Därefter registreras antalet gamma-gamma koincidenser som funktion av vinkeln mellan räknarna.

Strålningen från en radioaktiv källa är vanligen isotrop. Om emellertid kärnorna på något sätt orienteras i en bestämd riktning, visar strålningen icke isotrop fördelning. När två gammakvanta emitteras i kaskad, så innebär registreringen av det första att man inför en prefererad orientering av den kärna som just sönderfaller. Därför

visar den andra gammastrålen vanligen en icke isotrop fördelning med avseende på den första. Denna fördelning kan uttryckas som en serie Legendrepolynom $W(\theta)=1+\sum_{k=1}^{k=\max} G_{2k}A_{2k}P_{2k}(\cos\theta)$. Konstanten A_{2k} är beroende av nivåernas spin och gammastrålningens multipolkaraktär. Värdet av k är även beroende av strålningens multipolordning, så att $k=1$ för dipolstrålning, $k=2$ för kvadrupolstrålning osv.

En koppling mellan en kärnas spin och det elektriska eller magnetiska fältet i kärnans omedelbara grannskap medför att denna utför en precessionsrörelse. När kärnan befinner sig i första exciterade nivån, vrider den sig alltså något innan det andra kvantat emitterats, vilket innebär, att kärnan icke antar exakt samma riktning, när övergången till slutnivån sker. Man får en utslätad korrelation. Denna effekt beskrives av G_{2k} i Legendrepolynomet. Är livslängden för första exciterade nivån mindre än cirka 10^{-10} sekunder, så är G_{2k} mycket nära ett.

I avhandlingen redovisas vinkelkorrelationsmätningar som utförts på gammakaskader i dotterkärnorna av följande radioaktiva isotoper: Lu^{177}, Yb^{175}, Ni^{65}, As^{76}, Re^{188} och $Pb^{202\,m}$. I de fall där det teoretiskt kunde fastställas att första exciterade nivåns livslängd säkert var väsentligt kortare än 10^{-10} sekunder ägnades ingen speciell uppmärksamhet åt den radioaktiva källans komposition. När livslängden för första nivån kunde antas vara så lång att störningar kunde väntas, utfördes mätningar under skiftande förhållanden. Sålunda användes polykristallina källor (oxider, klorider, nitrater), lösningar (rena vattenlösningar, sura lösningar) samt lösningar av olika viskositet. Härigenom ändrades den elektriska fältgradienten på kärnans plats. Ur dessa mätningar blev det möjligt att bestämma en ostörd korrelationsfunktion, vilket var förutsättningen för att kärnnivåernas spin och gammastrålningens karaktär skulle kunna diskuteras.

En vinkelkorrelationsmätning är den känsligaste metoden att påvisa och bestämma om en gammaövergång till sin karaktär är ren t. ex. dipolstrålning eller en blandning av dipol- och kvadrupolstrålning. Blott en obetydlig inblandning av det ena slaget strålning kan helt ändra korrelationsfunktionen jämfört med korrelationen vid rena övergångar. Detta har även varit fallet i här redovisade mätningar, exempelvis i Re^{188}, där det visade sig att en av gammaövergångarna till 99,8 % består av elektrisk kvadrupolstrålning med alltså endast 0,2 % inblandning av magnetisk dipolstrålning.

Bokanmälningar

C. Hyltén-Cavallius/L. Sandgren, *Matematisk analys (för nybörjarstadiet vid universitet och högskolor).* Lunds studentkårs intressebyrå, Lund 1956. xvi+467 s., kr. 55:—, vid rekvisition direkt från intressebyrån kr. 41:50.

Föreliggande bok är avsedd att ersätta det bekanta frembergska kompendiet som nybörjarbok i differential- och integralkalkyl och algebra. Den innehåller vad som fordras för ett betyg i fil. kand.- och ämbetsexamen och en hel del därutöver. Några exempel på innehållet: De reella talen »accepteras som man är van att räkna med dem», vilket innebär, att räkne- och ordningslagar noggrant preciseras, medan t. ex. existensen av en entydig nolla ej beröres. — Existensen av övre gräns införes som ett axiom. — En funktion är en mängd f av ordnade talpar, sådan att f inte innehåller två par med samma första element. Det svårdefinierade begreppet »variabel» behövs då inte. — Exponentialfunktionens definition behandlas ingående. — Gränsvärden behandlas i följande av pedagogiska skäl motiverade ordning: $x \to +\infty$ eller $-\infty$, $n \to \infty$, $x \to x_0$, $x \to x_0+0$ eller x_0-0. — Satserna för kontinuerliga funktioner på slutna intervall bevisas (med användande av axiomet om övre gräns). — Jämförelsekriteriet för generaliserade integraler behandlas. — Kapitlet om maxima och minima inleds med en utredning av den ofta försummade frågan om *existens* av extremvärde och innehåller även i övrigt påpekanden om ofta förbisedda förhållanden, t. ex. att en deriverbar funktion kan ha maximum i en punkt trots att derivatan antar både positiva och negativa värden i varje högeromgivning av punkten. — Sista kapitlet är en intressant historik. — Partiella derivator nämns inte alls. — Påfallande litet utrymme ägnas åt differentialer och åt geometriska tillämpningar av integralkalkylen. De förras användbarhet som formellt hjälpmedel vid substitutioner i integraler och vid mnemotekniska »härledningar» av differentialgeometriska formler samt i fysikaliska tillämpningar (t. ex. felkalkyl) borde enligt anmälarens mening fått väga tyngre än det av författarna observerade nybörjarmissbruket av differentialer. Vid volymsberäkningar förekommer endast rotationskroppar.

Dessa spridda upplysningar om innehållet har väl också givit någon antydan om de allmänna linjerna i boken. Följande fem synpunkter förtjänar särskilt att framhållas.

1. Framställningen är strikt. I möjligaste mån är den fullständig, men när en sats måste användas utan att ha bevisats, påpekas detta uttryckligen. Boken bör därför vara till stor hjälp för alla blivande läroverkslärare, som i gymnasieundervisningen vill tillämpa den stringensprincip, som bl. a. en av författarna gått i bräschen för.

2. Boken är mycket utförligare än t. ex. Frembergs kompendium och torde i högre grad än detta lämpa sig för självstudier. Författarnas erfarenhet av undervisning på detta stadium har medfört, att mycket av det, som en lärare skulle ge som kommentarer till en mer koncentrerad framställning, här finns inarbetat i texten. Exempel och övningar med svar förekommer rikligt.

3. De teoretiska aspekterna spelar en för detta stadium ovanligt framträdande roll. Den som efter att ha tillgodogjort sig framställningen önskar fortsätta med tvåbetygsstudier, bör sålunda vara väl tillgodosedd, medan den som direkt vill börja studera fysik, måhända finner övergången mer abrupt än vid tidigare använda läroböcker.

4. Bevisen för satserna är i allmänhet korta och eleganta. Detta har delvis uppnåtts genom hänvisning till tidigare satser, som ibland tillkommit just för detta ändamål. Från pedagogisk synpunkt är detta enligt anmälarens åsikt en sak på gott och ont. Förståelsen av de enskilda satserna underlättas, men lärobyggnaden blir lätt så sinnrik, att det är svårt att aktivt minnas den. Ibland kommer en annars lätt förbisedd svårighet att framhävas på ett gynnsamt sätt genom att hedras med en särskild sats, ibland försvinner den istället helt, genom att en tidigare, för nybörjaren omotiverad, sats tagit hand om den. Exempel: den välbekanta svårigheten i samband med derivatan till en funktion av en funktion. För anmälaren förfaller det från pedagogisk synpunkt naturligare att så ofta som möjligt återvända till definitionen i stället för att bygga på en tidigare bevisad icke central sats, även om det senare sättet är elegantare. Exempel: Vid beviset för att inversen till en kontinuerlig, strängt monoton funktion f är kontinuerlig skulle han föredraga, att direkt bevisa, att

$$\delta(\varepsilon)=\min\left(|f(x+\varepsilon)-f(x)|,\ \ |f(x)-f(x-\varepsilon)|\right)$$

efter korrektion vid intervallets ändpunkter löser problemet.

5. Typografien är angenäm, men man skulle möjligen kunna önska sig, att de viktigaste av de över 200 satserna framhävts genom något typografiskt knep. Index och symbolregister ökar bokens användbarhet som uppslagsbok. (Ett förrädiskt tryckfel finns på sidan 132, formel 81, som skall lyda: $\operatorname{arccot}(-x)=\pi-\operatorname{arccot} x$.)

Det är slutligen anmälaren ett kärt nöje att med hänvisning till punkterna 1 och 2 ovan varmt rekommendera boken. *Göran Björck*

NYHLÉN / AMUNDSSON / BROMAN, *Funktionslära och analytisk geometri för gymnasiet.* Svenska Bokförlaget/Norstedts, 1956, 242 s., kr. 12:—.

Under senare år har en inte obetydlig förändring av gymnasieundervisningen i matematik ägt rum. Några nya moment har tillförts kursen och behandlingen av funktionslärans grundbegrepp (funktion, gränsvärde, kontinuitet, derivata) har blivit mer ingående. Avsikten med den senare reformen är självklart inte att i skolan söka införa en motsägelsefri framställning av analysen, vilket säkert skulle bli föga framgångsrikt. I stället vill man — genom en mer ingående diskussion av grundbegreppen — för eleverna underlätta förståelsen för de metoder, som funktionsläran arbetar med, och därigenom motverka ett rent mekaniskt inlärande av vissa tekniska förfaringssätt.

En viktig faktor i utvecklingen är tillkomsten av nya läroböcker. Nyligen utkom Nyhlén-Amundsson-Broman, Funktionslära och analytisk geometri, avsedd för realgymnasiets matematiska gren.[1] Av samma förf. har tidigare utgivits Planimetri och Trigonometri. Denna bok kännetecknades av en stringentare framställning än man är van vid i skolböcker. Detta utmärker även föreliggande bok. Författarna har på ett mycket tillfredsställande sätt lyckats med avvägningen mellan korrekt aritmetisk bevisföring och på detta stadium nödvändigt utnyttjande av åskådningen.

I funktionsläran skall särskilt framhållas behandlingen av gränsvärden och derivator. Speciellt gränsvärden är ett känsligt område i skolundervisningen. En alltför abstrakt framställning verkar lätt tröttande och föga stimulerande på elever, som första gången konfronteras med gränsvärden. I föreliggande bok är detta avsnitt utförligt men inte så långrandigt att man behöver befara att elevernas intresse hinner slockna. Förf. har valt att introducera gränsvärden via talföljder. Härigenom införes visserligen ett icke obligatoriskt moment men utan tvivel är det pedagogiskt fördelaktigt att börja med gränsvärden, då den oberoende variabeln går mot oändligheten. Man undviker då den sammanblandning mellan gränsvärde och »insättning» som annars nybörjare vanligen råkar ut för. Vill man inte gå utanför kursen, torde det emellertid vara pedagogiskt likvärt att först behandla det »kontinuerliga fallet» $x \to \infty$ (illustrerat med någon enkel asymptotbestämning). — Inledningen till derivator och bevisen för deriveringsreglerna har fått en lyckad utformning. För troligen första gången i en svensk skolbok är det olämpliga ordet tillskott och tillhörande förvillande terminologi utrotat och ersatt med upplysande formuleringar. Bland andra moment i funktionsläran, vilka erhållit

[1] I en artikel i Elementas marshäfte 1956 har recensenten diskuterat några andra nya eller omarbetade gymnasieböcker i funktionslära och analytisk geometri.

en ovanligt tilltalande framställning, kan nämnas avsnitten om exponentialfunktionen och integraler. Det sistnämnda är dock utförligare behandlat än som motiveras av gällande kursplaner. — Ett par punkter, där recensenten skulle önskat en något annorlunda uppläggning, skall tas upp här. Det inledande avsnittet om funktionsbegreppet har fått en oklar utformning, som bjärt kontrasterar mot den klarhet och tankereda, som annars utmärker hela boken. Det förefaller som om förf. med funktion avser varje mängd av talpar. Först med ett speciellt exempel göres ett försök att fastlägga ordningen mellan parens komponenter, dvs. att utmärka vad som brukar kallas oberoende och beroende variabel. Förf. tillåter också flertydiga funktioner. Detta begrepp kan utan förlust utgå. Det finns inte någon betydelsefull punkt, där flertydiga funktioner arbetar förnuftigt. Så snart man vill definiera gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet, integral m. m. måste man inskränka sig till entydiga funktioner. — De viktiga avsnitten om växande och avtagande funktioner, maxima och minima, största och minsta värde m. m. är ur flera synpunkter tilltalande. Den inledande satsen »Om $f'(x_0)>0$, så är $f(x)$ växande för $x=x_0$» bevisas fullständigt. Förvånande är emellertid att följdsatsen »Om $f(x)$ har maximum för $x=x_0$, så är $f'(x_0)=0$» aldrig explicit formuleras. Denna grundläggande sats, en av de få på detta område som kan bevisas fullständigt i skolan, är ju i princip den enda man behöver vid bestämning av största och minsta värde, även om sådana undersökningar kan underlättas, om man kan bestämma (lokala) maxima och minima med »regeln om första derivatans teckenväxling» eller »regeln om andra derivatans tecken». Dessa satser meddelas givetvis utan bevis. Förf. nöjer sig med hänvisning till en figur över »grafisk derivering». Ett värdefullt komplement härtill synes mig vara en något utförligare diskussion av begreppet växande i ett intervall, som i föreliggande bok definieras genom att funktionen skall vara växande i varje punkt i intervallet. När denna definition användes, bör den följas av en kommentar att det lokala växandet i varje punkt medför det globala växandet i intervallet.

Behandlingen av den analytiska geometrin präglas liksom framställningen av funktionsläran av klarhet och överskådlighet. Ett par detaljer kan nämnas. Förf. väljer den »funktionsteoretiska» definitionen av tangent men verifierar att de andra definitioner, som användes (rent geometrisk eller algebraisk definition) är likvärda med denna. I samband med kurvors ekvationer diskuteras alltid den omvändbart entydiga motsvarigheten mellan kurvans punkter och ekvationens lösningar. Motsvarande gäller för ortproblem.

Av det sagda torde framgå att föreliggande lärobok är en saklig synnerligen gedigen skolbok. Den utmärker sig för en mindre vanlig

stränghet, som dock knappast drivits så långt att några pedagogiska olägenheter behöver befaras. Man är också tacksam för att författarna undvikit att fördjupa sig i betydelselösa detaljproblem utan i stället — i den mån det på detta stadium är möjligt — försökt framhålla allmänna metoder och olika frågeställningars inbördes sammanhang.

Lennart Sandgren

J. C. Burkill, *The Theory of Ordinary Differential Equations.* Oliver & Boyd, Edinburgh/London 1956, Pp. 102, 8s. 6d. net.

Grundkursen i differentialekvationer brukar behandla vissa standardtyper (separabla, linjära, Bernoulliska etc.), som kan integreras med hjälp av elementära funktioner. Denna bok, som bygger på en sådan kurs, är avsedd att ge läsaren någon kännedom om allmänna egenskaper hos lösningarna. Vidare studeras lösningar i form av serier och integraler.

Boken inleds med ett avsnitt om existens- och entydighetsfrågor. Sedan studeras den linjära ekvationen med variabla koefficienter och ges jämförelse- och oscillationssatser. Därvid visas, att många egenskaper hos lösningarna kunna härledas direkt ur ekvationen. I följande avsnitt behandlas ekvationer med komplexa variabler och deras lösningar i form av oändliga serier och integraler. Som tillämpning diskuteras Legendre- och Besselfunktionerna. Slutligen införas asymptotiska serier med tillämpning på Besselfunktioner.

Utom de i texten lösta exemplen är varje kapitel väl försett med övningsuppgifter.

Burkills lilla bok är förvånansvärt innehållsrik, men trots detta lättläst och lämpar sig väl för studenter, som på ett bekvämt sätt vill skaffa sig kunskaper utöver 2-betygskursen. Den fordrar kännedom om elementen av teorin för de analytiska funktionerna.

Ulf Hellsten

Jean Dollon, *Problèmes d'agrégation.* (Mathématiques spéciales). Vuibert, Paris 1956, 388 p., 1800 fr.

Den franska universitetsexamen »agrégation» är avsedd för blivande gymnasielärare. Kurserna är därför inte upplagda för utbildning till vetenskaplig forskning utan omfattar detaljerade studier i till den högre gymnasieundervisningen gränsande områden.

Föreliggande volym innehåller fullständigt lösta tentamensproblem till kursen i analytisk geometri i två och tre dimensioner. Den för problemlösningen erforderliga teorin är mer speciell och omfattande än den som ingår i tvåbetygskursen i matematik i fil. kand.-examen, och problemen är av väsentligt svårare art än våra tentamensuppgifter. Problemsamlingen har således begränsad användning här i landet.

Stephan Schwarz

A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, 1956, Pp. 315+xii, 40s. net.

Turbulens är en mycket oregelbundet virvlande rörelse i en vätska eller en gas. Turbulens är en alldaglig företeelse. Vinden är mer eller mindre turbulent, bakom flygplan finnes ett turbulent område, liksom på läsidan av hus, träd, master osv. vid blåst. Vatten och andra vätskor råka lätt i turbulens, då de rinna genom rör. Turbulensen har en stor praktisk betydelse. Därför har man alltsedan 1880-talet gjort stora ansträngningar att få en förklaring eller åtminstone en god beskrivning av turbulens, men svårigheterna ha varit oväntat stora. Då man sökt förenkla saken, har man ofta råkat göra vilseledande antaganden, och dessa leva seglivat kvar i litteraturen och orsaka mycken förvirring. Dock ha under det sista decenniet många värdefulla bidrag till detta svåra problems lösning publicerats på grund av de ökade resurserna och den ständigt ökade praktiska betydelsen. Ännu återstår mycket att utforska.

Det är synnerligen värdefullt, att en så framstående kännare och forskare som Townsend sammanfattat sitt vetande i den föreliggande boken. Framställningen är klar och redig men mycket kortfattad och därför knappast lämplig som första bok för den, som vill sätta sig in i frågan. Townsend tar i tu med de praktiskt viktiga fallen, men jag tror läsaren gör klokt i att börja med ett specialfall, det homogena, som uppkommer, då luft strömmar genom galler. Därom handlar Batchelors bok, refererad i Elementa 37 (1954) sid. 128. Själv har jag haft stor glädje av en kortare artikel i H. A. Lorentz: »Über die Entstehung turbulenter Flüssigkeitsbewegungen und über den Einfluss dieser Bewegungen bei der Strömung durch Röhren» sid. 23—42 i Abhandlungen über theoretische Physik, 1907, och den föreslås som alternativ inledning. I Batchelors specialfall går det att göra en teori, som kan kontrolleras med experiment. I de praktiskt mera viktiga fallen åter blir man tvungen arbeta med statistiska medelvärden, och för dessa får man sällan lika många ekvationer som obekanta. För den praktiska användningen blir man tvungen tillfoga ett eller annat löst antagande. Genom Townsends bok får man vissa möjligheter kontrollera att antagandet inte är alltför oriktigt.

Mera ingående upplysningar får man exempelvis i följande avhandlingar: John Laufer, The structure of turbulence in fully developed pipe flow, NACA Report 1174, 1954; Th. Hamratty, Turbulent exchange of mass and momentum with a boundary A, I, Ch, E-journal, 1956, s. 359; C. C. Lin, refererad i Elementa, 39, sid. 124, 1956, för en läsare med utpräglat matematiska intressen. *Hilding Faxén*

Colloques sur les équations aux dérivées partielles. Premier colloque: Louvain 17—19 déc. 1953. Second colloque: Bruxelles 24—26 mai 1954. G. Thone, Liége/Masson & Cie, Paris. Resp. 129 p., 1400 fr., 132 p., 1500 fr. français.

I första häftet medarbetar Lichnerowicz, Fourès-Bruhat, Delsarte, Doetsch, Lepage, Gillis, Sauer; i andra häftet Picone, Schwartz, Lions, Leray, Brelot och Choquet, de Rham, Garnir, Fantappiè.

Ett kort referat är ej möjligt. De flesta bidragen handla om linjära partiella differentialekvationer. Några resultat om ickelinjära partiella differentialekvationer förekomma också. Gillis studerar t. ex. en klass ekvationer, vilka äro Eulerekvationer till vissa variationsproblem. Han visar ett relativt enkelt resultat, nämligen att Dirichlets problem har högst en lösning om antalet oberoende variabler är ett jämnt tal, ej divisibelt med 4, och högst 2 i motsatt fall. De svåra existensfrågorna lämnas åt framtiden.

Centre Belge de Recherches Mathematiques har med de båda ovanstående på ett förtjänstfullt sätt fortsatt sin serie av internationella colloquier över centrala matematiska ämnen. *G. Borg*

S. Tolansky, *An Introduction to Interferometry.* Longmans, Green & Co. London 1955. Pp. 223, 21 s. net.

Författaren är väl känd för sina arbeten inom interferometrin, både Fabry-Perot-interferometrarna och särskilt på multipla interferenser (monografi anm. Elementa *32* (1949) s. 51). Föreliggande bok är en elementär sammanfattning av de viktigaste interferensfallen, och som förf. påpekar är det svårt att göra urvalet. Han tar stoffet i stort sett historiskt, och boken fordrar inga förkunskaper eftersom även superpositionerna härleds. Den är alltså lättläst, men för den mera krävande läsarens skull hade man gärna önskat detaljreferenser. Nyare konstruktioner, såsom Väisäläuppställningen, Lyot-Öhmanfiltren och de knappast tekniskt realiserade interferensfiltren på grundval av totalreflexion finns med. Tyvärr går boken inte in på de ur många synpunkter så intressanta interferensmikroskopen. Goda figurer, ofta original från Tolanskys eget laboratorium, förhöjer bokens värde.

Erik Ingelstam

L. C. Martin, *Geometrical Optics.* (Science Degree Series). I. Pitman & Sons, London 1955, Pp. 215, 22s. 6d.

Inledningsvis må anmärkas att boktiteln enligt vedertaget (svenskt) språkbruk ej är adekvat. Boken spänner över ett vida större område än vad vi vanligen inbegriper i geometrisk optik. Innehållet omfattar i komprimerad men likväl särdeles klar framställning den geometriska

optikens grunder men därjämte optiska instrument kompletterat med så mycket fysikalisk optik som en något så när fyllig och allsidig instrumentbehandling kräver. Fotometri jämte avbildningsfel i optiska system avslutar verket.

Av samme författare har tidigare utgivits ett relativt välkänt arbete, Technical optics, 2 delar, och det nu föreliggande kan närmast betraktas som en lättfattlig introduktion till detta större verk. Av detta skäl är behandlingen ganska strängt begränsad till de problem av den geometriska optiken, vari kunskaper krävs för arbeten inom mera avancerad optisk instrumentteknik. Trots denna uppläggning lyckas dock författaren ge läsaren en gedigen kurs i geometrisk optik.

Bokens första tredjedel ägnas åt den gausska avbildningen samt åt en analytisk diskussion av kollineära system. Författaren understryker hur viktigt det är för all optisk avbildning att känna till elementa inom detta område. Intrycket av enbart fragmentariskt vetande, som annars så lätt präglar just dessa fysikavsnitt, elimineras härigenom. Bokens andra tredjedel ägnas åt de optiska instrumenten, främst kikaren, mikroskopet, spektroskopet och ögat. De avslutande kapitlen behandlar fotometri och avbildningsfel, där teorien för de senare genomgås föredömligt. Önskvärt vore att även teorien för bländare kommit med, ty i så fall hade verket trots sin introduktionskaraktär givit en komplett framställning av instrumentens teoretiska grundvalar.

Framställningen berikas med ca 100 exempel och ett tillfredsställande bildmaterial. Få optikböcker torde ge mera fysikaliskt vetande på 200 s. än vad detta verk inrymmer. *Eve Staffansson*

Otto Blüh/Joseph Denison Elder, *Principles and Applications of Physics.* Oliver & Boyd, Edinburgh 1955, Pp. xiv+866, 45s. net.

För tjugo år sedan utgav Blüh, som då var universitetslärare i Prag, en elementär högskolebok i fysik (Einführung in die Physik, Berlin 1937; Erweit. Ausg., Prag 1938), som skilde sig avsevärt från den gängse lärobokstypen såväl i fråga om behandlingen av det traditionsenliga stoffet som däruti, att författaren genomgående strävade att placera in fysiken i det allmänna kultursammanhanget.

Blüh, som numera är verksam vid University of British Columbia i Canada, har nu med biträde av en kollega från Harvard givit ut sin bok på engelska. Den nya editionen är starkt utvidgad och bragt i nivå med det aktuella forskningsläget.

Författaren är en särpräglad fysiker och en fin kulturpersonlighet. Anmälaren vill varmt rekommendera hans bok åt lärare som vilja friska upp kunskaperna från studieåren och samtidigt få en fängslande orientering om fysikens nyare landvinningar. *Torsten Jönsson*

Tore Lundberg, *Hållfasthetslära för tekniska läroverk.* 5:te uppl. Gumperts förlag, Göteborg 1956, viii+294 s., 352 fig., kr. 20:—.
Elis Dahlin/Lennart Elfman, *Elementär hållfasthetslära.* Svenska Bokförlaget, Stockholm 1956, 274 s., 165 fig., kr. 11:50.

Lundbergs hållfasthetslära, som utkom första gången 1943, har med sista upplagan utökats med helt nya avsnitt. Från att sålunda tidigare ha redovisat formlerna för spänningar och formändringar för de vanligaste slagen av hållfasthet jämte utmattning och hålkälsverkan har här tillkommit spännings- och töjningsanalys vid två- och tredimensionala spänningstillstånd, deformationsarbete och töjningsenergi samt uttrycken för spänning och töjning vid stötformig belastning. Kapitlet om böjhållfasthet har utökats med moment-yt-metoden för bestämning av balkars nedböjning samt med kontinuerliga balkar. Vidare beräknas roterande skivor och cylindriska kärl för höga övertryck. Kapitlet om knäckning och i viss mån även sammansatt hållfasthet, utmattning och kälverkan har omarbetats.

Boken innehåller 113 lösta exempel samt 326 övningsexempel med angivna svar.

Elfmans lärobok, vars första upplaga utkom 1933, har i Dahlins grundliga omarbetning blivit en helt ny lärobok, som till sitt nuvarande omfång i stort sett överensstämmer med Lundbergs arbete. Den behandlar sålunda betydligt utförligare än tidigare hållfasthet mot dragning och tryck, skjuvning, vridning, böjning, knäckning samt sammansatt hållfasthet och hållfasthet hos cylindriska kärl. Kapitlet om drag- och tryckhållfasthet har i omarbetningen bl. a. utökats med stötbelastning och knutpunktsförflyttning. Andra nya områden som upptages inom respektive kapitel utgör vridning av icke-cirkulära sektioner, osymmetrisk böjning och böjning i olika plan, pendelbockar, mastkonstruktioner och skruvfjädrar m. fl. Däremot har kälverkan vid statiska belastningar ävensom utmattning eller andra av dynamiska belastningar förorsakade hållfasthetsproblem ej ventilerats.

I boken förekommer 74 lösta exempel och 111 övningsexempel med svar.

I avsikt att undvika högre matematik har integraltecknet ett stycke in i Dahlin-Elfmans bok ersatts med ett Σ-tecken, under vilket dock differentialbeteckningen förekommer, en åtgärd som knappast är en förenkling, då man ju lika gärna kan kalla integraltecknet för summatecken om man så vill. En annan detalj, kanske av en viss pedagogisk betydelse och gemensam för båda författarna, är att man vid uppritning av böjmoment- och tvärkraftdiagram alltid får ett teckenfel eller m. a. o. ej konsekvent iakttagit att tvärkraften är första derivatan av böjmomentet.

Det förtjänar för övrigt framhållas att båda ovannämnda böcker mer än väl fyller kravet på de fordringar man kan ställa på arbeten avsedda att användas som läroböcker vid tekniska läroverk och jämförbara läroanstalter. Figurerna är utmärkta och framställningarna lagom koncisa. *Erik Storm*

Jan Bellander, *Televisionsmottagaren.* Konstruktion — Verkningssätt — Installation. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1956, 224 s., 6 bil., kr. 18: 50.

Enligt förordet vänder sig boken »till alla kategorier av TV-intresserade, såväl till yrkesmän, radiokonstruktörer, radioservicemän som amatörer och 'TV-tittare', som vill veta mera om televisionsmottagaren, dess verkningssätt, konstruktion och installation». Den är en saklig teknisk beskrivning utan tyngande matematiska formler av den moderna televisionsmottagaren. Visserligen måste man ha en god insikt i allmän radioteknik för att kunna tillgodogöra sig hela innehållet i boken, men en stor del av kapitlen har mycket att ge även den, som har små eller inga förkunskaper i radioteknik, men ändå vill veta hur televisionsmottagaren fungerar och skötes.

Boken börjar med en kort beskrivning över televisionsteknikens grunder, varefter varje del av mottagaren beskrives i de olika kapitlen. Efter en kort behandling av felsökning och trimning följer en beskrivning av antenner och installation. I slutet på boken finnes 6 st TV-mottagare på den svenska marknaden beskrivna med serviceinstruktioner och kopplingsschemor. Vidare finns en tabell över svenska TV-stationer enligt Stockholmsplanen 1952, grundläggande data för det svenska TV-systemet samt definitioner för TV-termer i alfabetisk ordning.

Framställningen är lättläst, klar och koncis. Alla väsentliga funktioner hos mottagaren har behandlats. Möjligen skulle man önska en något annorlunda framställning av mellanfrekvensförstärkaren. Här har icke nämnts något om den vikt, som måste läggas vid fasförloppet i förstärkaren. Detta är i själva verket av större betydelse än amplitudförloppet, som är det enda som berörs.

Boken kan varmt rekommenderas till alla som är tekniskt intresserade av televisionsmottagarens funktion och handhavande.

Ulf Enfors

R. P. Hoelscher/C. H. Springer, *Engineering Drawing and Geometry.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1956, Pp. 522, 4:o, $ 8.00.

Föreliggande mycket omfattande och påkostade verk är enligt författarnas förord avsett att vara såväl lärobok som uppslagsbok på det tekniska högskolestadiet i det ämne, som boktiteln anger och som

på svenska närmast motsvarar »teknisk ritning». Författarna har sökt spänna över allt vad som rimligen kan tänkas ingå i detta begrepp, och samtidigt har de i sin framställning försökt att tillämpa nya pedagogiska principer. Man konstaterar med intresse, att boken skall representera »a philosophy of training in drawing, which is in harmony with the trend in modern engineering education». Detta mål söker författarna nå genom att tillämpa följande fem klart angivna pedagogiska grundprinciper:

Nybörjaren får icke avskräckas av en alltför teoretisk eller facklig framställning.

Efter en grundkurs i allmän ritteknik får eleven uppta studiet av projektionslärans teoretiska avsnitt.

Först därefter anses eleven mogen att kunna fördjupa sig i någon viss fackkurs i ritning.

Text- och bildmaterial skall presenteras på sådant sätt, att det stimulerar elevens eget tänkande och befrämjar lusten till självverksamhet.

Kursernas disposition och framställning skall mera syfta till att utbilda ingenjörer och konstruktörer än ritare med manuell skicklighet.

Författarna är båda professorer i General Engineering vid universitetet i Illinois och därtill ledamöter i kommittéer, vilka behandlar frågor rörande amerikansk ritstandard. De torde därför ha haft stora förutsättningar att behandla sitt ämne, och såvitt man kan finna har de också väl lyckats tillämpa ovannämnda i och för sig riktiga principer. Man bör kanske alldeles särskilt beakta, att de ej tvekat att sammanföra ritteknik och projektionslära under den adekvata benämningen »Engineering Drawing». I vårt land har man helt nyligen fastställt kursplaner för de tekniska gymnasierna att gälla provisoriskt tills vidare, enligt vilka de båda ämnena alltjämt skall läsas var för sig på schemat. Även om vissa skäl talar för en sådan anordning, kan det dock med särskild hänsyn till tidsbristen och kravet på kurslättnader starkt ifrågasättas, om det ej vore värt att pröva den amerikanska metoden med en enda, komprimerad och praktiskt betonad ritkurs.

Boken omfattar tre huvudkapitel, motsvarande de tre stora kurserna: ritteknikens grunder, teoretisk projektionslära (beskrivande geometri) och fackritning. Respektive huvudkapitel omfattar i ordning följande kursavsnitt:

Textning, ritinstrument, geometriska konstruktioner, projektionsmetoder, skisser, skärningar, måttsättning, enklare maskinelement, verkstadstermer och verktygsmaskiner, ytfinhet, toleranser och passningar, hjälpprojektioner;

beskrivande geometri, kroppars skärningar och ytors utbredning, snedprojektion, perspektivritning;

tabeller och diagram, kartritning, byggnadsritning, ritning av stål- och betongkonstruktioner, rörlednings- och installationsritningar, maskinritning, verktygsritning, ritning av svetsade konstruktioner, ritningsreproduktion samt patentritningars utförande.

I fråga om fackritningskurserna har författarna samarbetat med specialister.

Som en särskild förtjänst hos boken bör framhållas, att den innehåller ett stort antal värdefulla övningsuppgifter. Den avslutas med ett femtiotal sidor tabeller, huvudsakligen avseende USA-standard. — Speciella arbetsböcker med praktiska tillämpningar på olika kurser är avsedda att utges successivt.

Internationellt samarbete för standardisering av ritningar och speciellt verkstadsritningar är f. n. starkt motiverat, framför allt med hänsyn till att maskiner så ofta utföres på licens efter utländska ritningar. Samarbete pågår också dels mellan USA, Canada och England och dels mellan England och ett flertal andra europeiska stater, bl. a. Sverige. Dessa internationella standardiseringsförsök har dock hittills ej fört till några större resultat. Ritpraxis och ritstandard i USA i fråga om maskinritning avviker alltjämt väsentligt från svensk sådan, och boken har därför ej så mycket att ge en svensk teknologie studerande på hög- eller mellanstadiet. Den kan dock varmt anbefallas till studium åt lärare i ämnet, inte minst med hänsyn till de pedagogiska metoder, som författarna anvisar, och de impulser, som boken ger till variation av kursuppläggning och övningsuppgifter. Verket bör även vara av stort värde för ritkontorschefer och för var och en, som i sitt dagliga arbete har med teknisk ritning att göra och är angelägen att följa med utvecklingen i USA. *Elis Dahlin*

Silicium/Schwefel/Phosphate: Colloquium, Münster/Westfalen 2.—6. Sept. 1954. Verlag Chemie, Weinheim 1955, 292 S., DM 24.—.

Vid detta kollokvium behandlades kiselns kemi i 14, svavlets i 15 och fosfatens i 21 föredrag, alla in extenso återgivna. Även de diskussionsinlägg som följde på föredragen finnas medtagna. Deltagarna i kollokviet hade kommit från 8 europeiska länder och från USA, Tyskland bidrog med 19, Frankrike med 14 föredrag.

Av särskilt intresse för Elementas läsare torde vara tre översiktsföredrag, nämligen R. Schwarz (Aachen): Die Chemie des Siliciums; F. Fehér (Köln): Schwefel und Schwefelverbindungen; E. Thilo (Berlin-Adlershof): Die kondensierten Phosphate (Metaphosphate). För övrigt vittnar föredragen och diskussionerna om den rika utvecklingen av oorganisk-kemisk forskning, om mängden av nya föreningar och om atomteoriens fruktbärande tillämpning på hela detta område.

G. Starck

Michael Lederer, *Progrès récents de la chromatographie, troisième partie: chromatographie sur papier des radioéléments.* Hermann & Cie, Paris 1956, 65 p., 700 fr.

Arbetet ingår i serien »Actualités scientifiques et industrielles». Författaren, som är knuten till det välkända Institut du Radium i Paris, ger i sju kapitel en översikt över den oorganiska papperskromatografins teknik, teori och tillämpning särskilt för kärnkemiskt bruk. Man kan betrakta häftet som en exempelsamling, varur vissa tips kan hämtas för aktuella uppgifter. Papperskromatografin kan i många fall även för den oorganiska analytiska kemin ge möjligheter till vackra och i hög grad arbetsbesparande separationer vid ett betydande antal element. Trots den enkla yttre tekniken är emellertid det som sker i pappersremsorna med de mellan de olika vätskefaserna fördelade molekylerna och jonerna endast i sina stora drag åtkomligt för kvantitativa fysikaliskt-kemiska betraktelser. Komplexbildning, begränsad löslighet, hydrolys, extraktion, sorption, jonbyteseffekter m. m. förekomma ofta i så svåröverskådlig blandning, att metodiken får något av svartkonst över sig.

I vissa fall är papperskromatografi att föredraga framför t. ex. jonbyteskromatografi. Man slipper t. ex. ifrån fraktionsuppsamlandet av elueringsvätskan, och den efterföljande analysen kan oftast ske betydligt enklare än vid de utspädda vätskefraktionerna från en jonbytarkolonn eller absorptionskolonn. Författaren borde kanske i större utsträckning än som skett ha påpekat dessa och andra fördelar och nackdelar i jämförelse med andra metoder. Inverkan av olika val av papperssorter hade genomsnittsläsaren haft nytta av att få reda på. Som helhet har emellertid boken mycket av intresse att ge. Även om den organiska kemin och biokemin haft mest att tacka papperskromatografin för, är det utomordentligt viktigt att oorganiska användningsområden inte råka i glömska. Föreliggande arbete har härvid en betydande positiv uppgift. *Wilhelm Forsling*

Farrington Daniels/Joseph Howard Mathews/John Warren Williams/Paul Bender/Robert A. Alberty, *Experimental Physical Chemistry.* 5 ed. Mc Graw-Hill Book Co. New York/Toronto/London 1956. Pp. 482, $ 6.50.

Denna bok utgavs i sin första upplaga 1929 av författartrion Daniels/Mathews/Williams. Den har sedan länge använts vid den svenska högskoleundervisningen och härvid blivit uppskattad som en utmärkt källa vid utarbetandet av fysikalisk-kemiska laborationsövningar.

Författartrion har nu vuxit till en kvintett. Eventuella farhågor att boken härigenom skulle förlora i enhetlighet besannas icke. De omarbetningar, tillägg och uteslutningar, som skiljer den nya upplagan från dess föregångare, har icke förändrat bokens karaktär men ökat dess användbarhet utan att omfånget tillåtits svälla alltför mycket.

Det 60-tal experiment, som bokens första två tredjedelar presenterar ur såväl teoretisk som praktisk synpunkt, ger en mångsidig illustration av den fysikaliska kemiens experimentella arbetsmetoder. Resten av boken ger värdefulla allmänna synpunkter på apparater och metoder. Illustrationerna är dock icke genomgående av bästa kvalitet.

Bland värdefulla nytillskott i den nya upplagan må nämnas försök på kromatografisk adsorption, termisk differentiell analys, Szilard-Chalmers reaktion och högvakuumteknik samt kapitel om rening av kemikalier och om behandling av experimentella data. *Arne Magnéli*

Karl Drexler, *Lehrbuch der Anorganischen Chemie.* Ausgabe B für Realgymnasien. Ehrenwirth Verlag, München 1956, 313 S., DM 9,80.

I förordet skriver förf., att han här kunnat förena induktiv och systematisk metod genom att ställa experimenten i centrum men samtidigt bygga upp kursen »in bewährtem Vorgehen». Han vill så öppna elevernas blick för vetenskapliga sammanhang och ge ett bidrag till skolning av logiskt tänkande.

Varje avdelning inledes med förslag till experiment, inalles 396 stycken. De flesta äro enkla och välkända; några mera omfattande försök med gasmätrör äro värda närmare bekantskap. Pedagogiskt uppställda översikter, utmärkta skisser över apparater, fotografier av berömda kemister, färgplanscher över bl. a. det periodiska systemet, kolets kretslopp i naturen och förloppet vid färgfotografering höra till det värdefulla i boken. Särskilda kapitel behandla åkerjordens kemi (med trevliga experiment!) och de tyska saltlagrens uppkomst. Den som är intresserad av sådant som antalet exporterade blyertspennor och tvålförlusten per år i förbundsrepublikens hushåll på grund av vattnets hårdhet har i boken en rik källa att ösa ur. Visserligen står mycket med fin stil, men vi måste nog förvåna oss över den mängd fakta, som tyska gymnasister utspisas med — ännu mera står i Ausgabe A för Oberrealschulen, där kemi har ett större timtal än den skolform, som denna Ausgabe B är avpassad för.

Mycket av vår gymnasiekurs saknas å andra sidan, t. ex. spänningsserien och läran om kemisk jämvikt. Nyare synpunkter på syror och baser presenteras helt kort i samband med en redogörelse för elektronteorien, men de försvinna strax igen. Att jonbegreppet inte förs in

Forts. sid. 152.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2099) *En cirkel och en punkt P på dess tangent i A äro givna. Genom P drages en linje l, som skär cirkeln i B och C. Sök orten för skärningspunkten mellan l och en inre eller yttre bisektris till vinkeln BAC.* *X.*

2100) *Beräkna* $(a+c)(a+d)(a+e)(a+f):(b+c)(b+d)(b+e)(b+f)$, *då alla faktorer i täljare och nämnare äro* $\neq 0$ *samt* $\Sigma a=0$, $\Sigma a^3=0$ *utsträckta över a, b, ..., f.* *Examensuppgift i Cambridge*

2101) *Det i tetraedern ABCD inskrivna klotet med centrum I tangerar sidoytorna ABC, ABD, ... i resp.* D_1, C_1 ... *Visa, att ytorna ABC, ABD ... äro proportionella mot volymerna av pyramiderna* $IA_1B_1C_1$, $IA_1B_1D_1$ ... *X.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

2102) Från punkten (0; 6) dragas tangenter till parabeln $y^2=12x$. Hur stor är den yta, som ligger mellan tangenterna och kurvan?

Svar: 12 ytenheter.

2103) Den yta som begränsas av koordinataxlarna, kurvan $y(2x+3)=1$ och linjen $x=a$ $(a>0)$ får rotera kring x-axeln. Beräkna den därvid uppkomna kroppens volym V samt bestäm $\lim_{a\to\infty} V$.

Svar: $a\pi:3(2a+3)$; $\frac{1}{6}\pi$.

2104) Kurvan $y=ax^4-b$ (a och b positiva konstanter) råkar x-axeln i punkterna A och B. Kurvans tangenter i A och B råkas i C. I vilket förhållande delas ytan av triangeln ABC av kurvbågen AB?

Svar: 3:2.

2105) Konstruera kurvan $y=x^3+x^2+4$ för $y\geqq 0$. Undersök därefter variationen hos den yta T, som begränsas av kurvan, x-axeln och två med y-axeln parallella linjer med inbördes avståndet en längdenhet.

Svar: $T=x^3+2{,}5x^2+2x+4\frac{7}{12}$. Max.$=4\frac{1}{12}$ för $x=-1$. Min.$=4\frac{7}{108}$ för $x=-\frac{2}{3}$. Gränsmin.$=2\frac{7}{12}$ för $x=-2$. Summan av max. och min. är lika för båda kurvorna.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2102—2111 är insända av *I. Gunsjö.*

2106) Den yta, som ligger mellan en parabels parameter och kurvan, får rotera i ordning kring parabelaxeln, parametern och vertextangenten. Ange förhållandet mellan de tre därvid uppkomna rotationskropparnas volymer.

Svar: 15 : 16 : 24.

2107) Två punkter P och Q på en parabel äro belägna på samma sida om axeln. Linjen OP, där O är vertex, avskär ett segment, som halveras av linjen OQ. Sök maximum för vinkeln POQ.

Svar: 6,61°.

2108) Bestäm andragradspolynomet $f(x)$, så att kurvan $xy=f(x)$ får linjen $2x-y-3=0$ till asymptot och en minimipunkt med ordinatan 1. Upprita kurvan.

Svar: $f(x)=2x^2-3x+2$.

2109) I en ellips är storaxeln AB och lillaxeln CD. Mittpunktsnormalen till linjen AC delar CD i förhållandet 4 : 1 från C räknat. Bestäm excentriciteten.

Svar: $\sqrt{66} : 11$.

2110) Två punkter P och Q äro belägna på den del av kurvan $x^2y=x-1$, som ligger ovanför x-axeln. P_1 och Q_1 äro respektive projektioner på x-axeln. Ange koordinaterna för P och Q, då den yta som begränsas av kurvan, x-axeln och linjerna PP_1 och QQ_1 har sitt största värde, om sträckan P_1Q_1 är en längdenhet.

Svar: Abskissorna $=\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)$ och $\frac{1}{2}(\sqrt{5}+3)$. Ordinatorna $=\sqrt{5}-2$. Deras likhet inses utan räkning.

2111) En cirkel med centrum O och radien r samt en punkt P på avståndet $2r$ från O äro givna. Genom P drages sekanterna PAB och PCD, som bilda lika vinklar med centrallinjen. Angiv maximum för ytan av fyrhörningen $ABDC$.

Svar: $1{,}767r^2$, när vinkeln $APC=38{,}34°$.

Lösningar till uppg. 2069—2071

2069) *Sök sambandet mellan summan och produkten av de tre storheterna* $(a-b):(a+b)$, $(b-c):(b+c)$, $(c-a):(c+a)$. *X.*

I. Beteckna storheterna i ordning med x, y och z, så erhålles $a(1-x)=b(1+x)$, $b(1-y)=c(1+y)$, $c(1-z)=a(1+z)$. Multiplikation ger $(1-x)(1-y)(1-z)=(1+x)(1+y)(1+z)$ eller $1-\Sigma x+\Sigma xy-xyz=$

$=1+\Sigma x+\Sigma xy+xyz$, dvs. $\Sigma x+xyz=0$. Ha vi n analoga storheter $(a+b):(a-b), (b-c):(b+c), (c-d):(c+d), \ldots, (k-a):(k+a)$, är summan av de uddalediga produkterna ständigt noll, om intet av talen $a, b, \ldots, k$ är 0. *Z.*

II. Sätt $a=e^{i\alpha}$, $b=e^{i\beta}$, $c=e^{i\gamma}$ (α, β, γ äro reella storheter). Då blir $(a-b):(a+b)=[\cos\alpha-\cos\beta+i(\sin\alpha-\sin\beta)]:[\cos\alpha+\cos\beta+i(\sin\alpha+\sin\beta)]$. Förvandling till produkt och förkortning med $\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ ger $(a-b):(a+b)=i\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$. Summan S och produkten P blir $i\Sigma\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ resp. $i^3\Pi\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$. Men $\Sigma(\alpha-\beta):2=0$, varför enl. den kända formeln $\operatorname{tg}A+\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C=\operatorname{tg}A\operatorname{tg}B\operatorname{tg}C$ ($A+B+C=n\pi$), $S:i=P:i^3$, dvs. $S+P=0$. Sedan gäller denna identitet för godtyckliga a, b, c, såvida bråken ha bestämda värden. *X.*

Även löst av *E. Samén, R. Li., I. Gunsjö, H. Simonsson, Y. Ekedahl.*

2070) *Radikalaxeln till en triangels niopunktscirkel och den cirkel med centrum i Feuerbachs punkt, som skär en vidskriven cirkel under räta vinklar, är tangent till sistnämnda cirkel. (Kontaktpunkten för niopunktscirkeln och den i triangeln inskrivna cirkeln kallas Feuerbachs punkt.)* *V. Thébault*

En vidskriven cirkel O_1 tangerar som bekant niopunktscirkeln O. Feuerbachs punkt kan ersättas med en punkt v. s. h. på O och uppgiften får lydelsen: *Två cirklar O och O_1 tangera varandra. En tredje cirkel O_2 (radie r_2) med centrum på O skär O_1 ortogonalt. Visa, att radikalaxeln till O och O_2 tangerar O_1.* Inverteras nämligen O och O_1 med O_2 som centrum och inversionspotensen r_2^2 övergår O_1 i sig själv och O i radikalaxeln till O och O_2. Om O och O_1 tangera varandra före inversionen, måste tangering äga rum efter densamma. Beviset gäller även då O och O_2 sakna reella skärningspunkter.

S. B.

Även löst av *N. J.*

2071) *Visa, att*
$F(x,y)=\sin^2(\frac{1}{8}\pi+x)+\sin^2(\frac{1}{8}\pi+y)-2\sin(\frac{1}{8}\pi+x)\sin(\frac{1}{8}\pi+y)\sin(\frac{1}{4}\pi+x+y)$
är en jämn funktion, dvs. $F(x,y)=F(-x,-y)$. *X.*

Man får $2F(x;y)=1-\cos(\frac{1}{4}\pi+2x)+1-\cos(\frac{1}{4}\pi+2y)+2[\cos(\frac{1}{4}\pi+x+y)-$
$-\cos(x-y)]\sin(\frac{1}{4}\pi+x+y)=2-\cos(\frac{1}{4}\pi+2x)-\cos(\frac{1}{4}\pi+2y)+\sin(\frac{1}{2}\pi+2x+$
$+2y)-\sin(\frac{1}{4}\pi+2x)-\sin(\frac{1}{4}\pi+2y)=2-\cos(\frac{1}{4}\pi+2x)-\cos(\frac{1}{4}\pi+2y)+$
$+\cos(2x+2y)-\cos(\frac{1}{4}\pi-2x)-\cos(\frac{1}{4}\pi-2y)$.

Ersättes x och y med $-x$ resp $-y$, blir funktionen oförändrad.

Löst av *R. Li., Z., I. Gunsjö, H. Simonsson, Y. Ekedahl.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

Mars 1957

Matematiska uppgifter[1]

Reallinjens matematiska gren

1. Bestäm konstanten a, så att funktionen $\frac{x-a}{x^2-ax+1}$ får ett maximum för $x=0$.
2. I ekvationen $\operatorname{tg} y=\frac{1+cx}{c-x}$ är c en konstant. Om $x \neq c$ och y ligger i intervallet $-\frac{1}{2}\pi < y < \frac{1}{2}\pi$, så bestämmes y genom ekvationen som en deriverbar funktion av x. Bevisa, att denna funktion oberoende av värdet på konstanten c satisfierar ekvationen $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{1+x^2}$.
3. Punkterna A och B på en parabel ligger lika långt från vertex. En tredje punkt P på parabeln sammanbindes med A och B. Sammanbindningslinjerna skär parabelns axel eller dess förlängning i punkterna C och D. Bevisa, att sträckan CD halveras av vertex.
4. I en triangel är en vinkel 45°. Medianen till den motstående sidan bildar med denna en vinkel av 45°. Beräkna triangelns obekanta vinklar.
5. I en rätvinklig parallellepiped är två motstående sidoytor kvadratiska. Hörnen i den ena av dessa ligger på ytan av en sfär med radien R, och den andra sidoytan tangerar sfären. Hur stora är parallellepipedens kanter, om deras summa är så stor som möjligt?
6. Kurvorna $y=\sin x$ och $y=\sin(x-v)$, där v är en konstant, som inte är en multipel av 2π, begränsar tillsammans ett oändligt antal lika stora slutna områden. Beräkna ytan av ett av dessa i det fall, då $v=\frac{1}{3}\pi$. — Det erfordras inte men betraktas som en förtjänst, att ytan bestämmes även för det fall, då v har ett godtyckligt värde.
7. Höjden i en given liksidig triangel är 6 cm. Bestäm geometriska orten för en punkt så belägen, att summan av kvadraterna på dess avstånd till triangelns sidor är konstant och lika med a cm^2. Diskutera och ange ortens läge i förhållande till triangeln för olika värden på konstanten a.
8. Funktionen $y=f(x)$ har bestämda första och andra derivator, och $f''(0) \neq 0$. Funktionskurvan går genom origo och tangerar där x-axeln. Normalen till kurvan i en godtycklig punkt P skär y-axeln

[1] Enligt gymnasiereformen av år 1953, som tillämpas vid studentexamen fr. o. m. v. t. 1957.

i punkten N. Bevisa, att punkten N obegränsat närmar sig till en punkt N_0 med y-koordinaten $\frac{1}{f''(0)}$, då P obegränsat närmar sig origo. Detaljerad motivering erfordras.

Resultat: **1.** $a=-1$. **2.** Sättes $x=\operatorname{tg} z$, blir $dz/dx=1/(1+x^2)$. Om vidare $c=\operatorname{tg} v$, erhålles $\operatorname{tg} y=\cot(v-z)$, som ger $y=z-v+\frac{1}{2}\pi+n\pi$, varav $dy/dx=dz/dx$. **4.** 30°, 105°. — Om $A=45°$ och $b<c$, fås ur likformiga trianglar $2b^2=a^2$ osv. **5.** Alla kanter $\frac{4}{3}R$. **6.** $4\,|\sin\frac{1}{2}v\,|$ ytenh., i specialfallet 2 ytenh. — Man kan utgå från $y_1=\sin(x+\frac{1}{2}v)$, $y_2=\sin(x-\frac{1}{2}v)$ med $0<v\leqq\pi$, varefter $y=y_1-y_2=2\sin\frac{1}{2}v\cos x$ integreras mellan $-\frac{1}{2}\pi$ och $+\frac{1}{2}\pi$. **7.** Om basens mittp. lägges i origo och höjden längs y-axeln, blir ortens ekv. $x^2+(y-2)^2=\frac{2}{3}(a-12)$, som för $a>12$ betyder en cirkel med medelp. i triangelns tyngdp. För $a=12$ urartar cirkeln till en punkt, tyngdpunkten. För $a<12$ finns inga punkter, som uppfyller villkoret. För $12<a<18$ ligger orten helt inom triangeln, för $18<a<36$ delvis utanför triangeln och för $a>36$ helt utanför.

Reallinjens biologiska gren

1. En rät cirkulär kon, en rät cirkulär cylinder och en sfär har lika stora totala begränsningsytor. Konens och cylinderns bottenytor har lika stor radie som sfären. Bestäm, hur de tre kropparnas volymer förhåller sig till varandra, och ange resultatet exakt och i så enkel form som möjligt.
2. Den längre av de parallella sidorna i ett parallelltrapets ligger längs x-axeln. Ekvationerna för två av de övriga sidorna är $2x-y=0$ och $3x+y-8=0$. Bestäm ekvationen för den mindre av de parallella sidorna så, att trapetsets yta blir 4 ytenheter.
3. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan av termernas kvadrater dubbelt så stor som seriens summa. Vilka värden kan seriens första term anta?
4. En vinkel i en romb delas i förhållandet 1 : 2 av en rät linje, som delar en av rombens sidor innantill i förhållandet 1 : 2. Bestäm rombens vinklar.
5. Kurvan $y=ax^3-ax^2+bx+3$ har en minimipunkt i punkten $(-1;\ 0)$. Bestäm konstanterna a och b, upprita kurvan och beräkna ytan av det ändliga område, som begränsas av kurvan och x-axeln.
6. På kurvan $2y=11-2x^2$ är en punkt P så belägen, att normalen till kurvan i P skär de positiva koordinataxlarna. Bestäm normalens ekvation, då ytan av den triangel, som normalen bildar med de positiva koordinataxlarna, är så stor som möjligt. — Det

erfordras inte men betraktas som en förtjänst, att de värden anges, som abskissan för punkten P kan anta.

7. I en pyramid är basytan en kvadrat $ABCD$ med sidan 2 cm; O är pyramidens spets. Sidoytan OAB är vinkelrät mot basytan, och sidokanterna OA och OB är lika långa. Pyramidens höjd är 3 cm. Genom en punkt P på pyramidens höjd lägges ett plan, som går genom baskanten CD. Ytan av snittfiguren mellan detta plan och pyramiden är en funktion av sträckan OP. Ange denna funktion, undersök den med avseende på maximi- och minimivärden samt beskriv, hur snittytan varierar, då punkten P genomlöper pyramidens höjd.
8. En funktion $f(x)$ och dess derivata är båda kontinuerliga i intervallet $0 \leqq x \leqq 10$. I intervallet $0 \leqq x \leqq 4$ är funktionen definierad som ett polynom av första graden och i intervallet $4 \leqq x \leqq 10$ som ett polynom av andra graden. Vidare är $f(0)=4$, $f(2)=5$ och $f(10)=0$. Bestäm funktionen, och upprita den motsvarande funktionskurvan. Ange särskilt funktionens största värde.

Resultat: **1.** $2\sqrt{2}:3:4$. **2.** $y=2{,}4$. **3.** För första termen (a) gäller $0<a<4$. **4.** 124,28°, 55,77°. **5.** $a=-1$, $b=5$; max. i $(\frac{5}{3}; \frac{256}{27})$; ytan $21\frac{1}{3}$ ytenh. **6.** $y=-\frac{1}{2}x+4$; $-\sqrt{5}<x_P<0$. **7.** Om $OP=x$ cm och snittytan $=y$ cm², så är $y=\frac{1}{3}(x+3)\sqrt{x^2-6x+13}$; y växer från ett gränsmin. i $(0; \sqrt{13})$ till max. i $(1; \frac{8}{3}\sqrt{2})$, avtar till min. i $(2; \frac{5}{3}\sqrt{5})$ och växer slutligen till gränsmax. i (3; 4). **8.** $y=\frac{1}{2}x+4$ för $0 \leqq x \leqq 4$ och $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x$ för $4 \leqq x \leqq 10$; max. i $(5; 6\frac{1}{4})$.

Allmänna linjens sociala gren[1]

1. I en cirkel med 5 cm radie är en triangel inskriven, i vilken en vinkel är 12,75° och en av de närliggande sidorna 4,72 cm. Hur stor är triangelns största sida?
5. Ett lån på 100 000 kronor, som löper med 3 % ränta på ränta, amorteras under 20 år genom lika stora annuiteter, erlagda vid årens slut. Bestäm annuiteten. Hur mycket av den vid slutet av det tionde året erlagda annuiteten utgör kapitalavbetalning, och hur mycket utgör ränta för det senaste året?
8. En funktion $f(x)$ är i intervallet $0 \leqq x \leqq 6$ definierad som ett polynom av andra graden. Vidare är $f(0)=6$, $f(6)=0$ samt $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\frac{1}{2}$. Bestäm funktionen, och upprita den motsvarande funktionskurvan. Ange särskilt funktionens största värde.

[1] Uppg. för allm. linjen vid Uppsala enskilda läroverk utgjordes av sociala grenens nr 2—7 och latinlinjens nr 5 och 6.

Uppgifterna nr 2, 3, 4, 6, 7 se reallinjens biologiska gren nr 1, 2, 3, 5, 6.

Resultat: 1. 6,55 cm eller 4,72 cm. 5. Annuiteten 6722 kr. Av den 10:e utgör 1866 kr. ränta och 4856 kapitalavbetalning. 8. $f(x)=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+6$ med max. $6\frac{1}{4}$ för $x=1$.

Matematiska uppg. för latin- och realgymnasiet

Enl. 1933 års stadga

Latingymnasiet

1. Kvoten i en konvergent oändlig geometrisk serie satisfierar ekvationen $(3-2x)(2-3x)=4$. Summan av seriens två första termer är 21. Ange seriens första term.
2. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 2(y-x+xy)=x^2+y^2-8 \\ xy-y^2=8 \end{cases}$$
3. I en fyrsiding $ABCD$ kan en cirkel inskrivas, vars radie är 5 cm. Sidorna AB och CD är 7 cm respektive 17 cm. Hur stor är fyrsidingens yta?
4. I en cirkel skär två kordor varandra under rät vinkel. Den ena kordan är 10 cm, den andras delar är 3 cm och 8 cm. Kordornas ändpunkter sammanbindes. Beräkna förhållandet mellan den erhållna fyrhörningens yta och cirkelns yta, och ange detsamma såväl i exakt som i approximativ form.
5. I en likbent triangel är var och en av de lika stora sidorna 20 cm. Bisektrisen till en av basvinklarna är lika stor som basen. Beräkna denna och triangelns vinklar.
6. I rektangeln $ABCD$ är sidan AB 6 cm och sidan BC 8 cm. På diagonalen AC är punkten P belägen x cm från punkten A. Genom P drages linjen EF parallellt med sidan AB och linjen GH parallellt med sidan AD. Summan av ytorna av de på detta sätt uppkomna rektanglarna $BFPG$ och $DEPH$ är y cm^2. Ange y som funktion av x, åskådliggör denna med ett diagram, och bestäm därur eller på annat sätt det största värde, som y kan anta.
7. Triangeln ABC är inskriven i en cirkel med radien 20 cm. Vinkeln ACB är $17{,}46°$, och höjden från A är 10,5 cm. Beräkna triangelns sidor och övriga vinklar.
8. I triangeln ABC är vinkeln A dubbelt så stor som vinkeln B. Beräkna triangelns vinklar, då $AB:AC=3:2$.

Resultat: 1. 18. 2. $x_1=6$, $y_1=4$; $x_2=-6$, $y_2=-2$. — Sättes $x-y=z$, erhålles ekv.systemet $z^2+2z=8$, $yz=8$. 3. 120 cm^2. 4. $44:25\pi=0{,}5602$.

5. Basen 12,36 cm, vinklarna 36°, 72°, 72°. 6. $y=24-0{,}96(x-5)^2$ med max. $=24$ för $x=5$, dvs. då P ligger i diagonalens mittp. 7. Sidorna 39,20 cm, 35,00 cm, 12,00 cm och övriga vinklar 101,51°, 61,03° eller sidorna 27,57 cm, 35,00 cm, 12,00 cm och övriga vinklar 43,57°, 118,97°. 8. $A=75{,}52°$, $B=37{,}76°$, $C=66{,}72°$.

Realgymnasiet. Allmän kurs

1. Kurvan $y=ax^3-ax^2+bx+3$ har en minimipunkt i punkten $(-1;\ 0)$. Bestäm konstanterna a och b, och upprita kurvan.
4. Ett hörn i en triangel ligger i punkten $(2;\ 3)$. Höjden från detta hörn har fotpunkten $(-2;\ -1)$. Såväl höjdernas skärningspunkt som medianernas skärningspunkt ligger på y-axeln. Bestäm ekvationerna för triangelns sidor.
8. C och C' är två lika stora cirklar med radien R. C är fast, medan C' rör sig så, att dess plan ständigt är parallellt med ett fixt plan, som bildar en vinkel av $v°$ med C:s plan, och så, att C' alltid har två punkter gemensamma med C. Bevisa, att C' ligger på endera av två cylindriska ytor genom C. Beräkna därefter volymen av den del av den ena cylindern, som begränsas av C':s plan i de båda lägen, då de för C och C' gemensamma punkterna sammanfaller.

Uppg. nr 2, 3, 5, 6, 7 se biologiska grenen nr 3, 4, 6, 7, 8.

Resultat: 1. $a=-1$, $b=5$; max. i $(\frac{5}{3};\ \frac{256}{27})$. 4. $x-2=0$, $x-3y+7=0$, $x+y+3=0$. 8. $2\pi R^3 \sin v$.

Realgymnasiet. Specialkurs

1. En korda i parabeln $y^2=4x$ går genom punkten $(6;\ 4)$ och halveras av den räta linjen $2x+y=10$. Bestäm kordans ekvation.
2. Genom sambandet $\operatorname{tg} y=\dfrac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}$, där $x\neq 0$ och $-\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}$, bestämmes y som en deriverbar funktion av x. Bevisa, att $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{1}{2(1+x^2)}$.
3. I en triangel är en sida 2 cm och en annan sidas projektion på den tredje 7 cm. Bestäm det största värde, som triangelns yta kan anta.
4. En cirkel har ena parametern i en hyperbel till diameter och tangerar konjugathyperbeln till den förra. Bestäm vinkeln mellan hyperblernas asymptoter.
5. I en triangel ABC, där $AB=AC$, är punkten D projektionen av hörnet B på sidan AC. Sök och konstruera geometriska orten för

mittpunkten på sidan AB, om sträckan CD är given till längd och läge.

6. Ett sfäriskt segment har den konstanta volymen $\frac{1}{3}\pi$ cm³. En kon har segmentets plana begränsningsyta till basyta och spetsen i medelpunkten av den sfär, varav segmentet är en del. Ange först, vilka värden segmentets höjd kan anta. Uttryck sedan konens volym som funktion av segmentets höjd, och undersök, hur konens volym varierar, då segmentets höjd antar olika värden. Åskådliggör slutligen detta grafiskt med angivande av eventuella maxima och minima.

7. Undersök kurvan $y=a\cos x+\dfrac{1}{\cos x}$ med avseende på asymptoter och maximi- och minimipunkter för olika värden på konstanten a. Upprita i stora drag exempel på de olika typer, som kurvan uppvisar.

Resultat: **1.** $x-y=2$ eller $2x-y=8$. **2.** Man finner $\operatorname{tg} 2y=-x$ osv. **3.** $\frac{15}{8}\cdot\sqrt{15}=7{,}262$ cm². **4.** $109{,}47°$ ($\cos v=-\frac{1}{3}$). **5.** Parabel med fokus i D och CD:s mittp.normal som styrlinje. **6.** $0<h\leqq 2$. Konens volym $=\pm\frac{2}{27}\pi\,(8-h^3)(2-h^3):h^3$ har max. $=\frac{4}{27}\pi$ för $h=\sqrt[3]{4}$ (konens toppvinkel 120°), min. $=0$ för $h=\sqrt[3]{2}$ (segmentet ett halvklot) och för $h=2$ (helt klot). **7.** Symmetriaxlar: $x=n\pi$; asymptoter: $x=\frac{1}{2}\pi+n\pi$. Om $a\leqq 1$ erhålles $y_{\min}=a+1$ för $x=2n\pi$ och $y_{\max}=-(a+1)$ för $x=\pi+2n\pi$. Om $a>1$ erhålles $y_{\max}=a+1$ för $x=2n\pi$, $y_{\min}=-(a+1)$ för $x=\pi+2n\pi$, $y_{\min}=2\sqrt{a}$ för $\cos x=1/\sqrt{a}$, $y_{\max}=-2\sqrt{a}$ för $\cos x=-1/\sqrt{a}$.

Uppgifter i fysik

1. En bil, som väger 1000 kg, går uppför en backe, vars lutning är 1 : 10. I det ögonblick, då hastigheten är 54 km/tim, frånkopplas motorn och bilen bromsas så, att den stannar efter 30 m. Beräkna i kcal den värmemängd, som därvid utvecklas i själva bromsarna. Övriga friktionsmotstånd, luftmotståndet inbegripet, kan vid beräkningen lämnas utan avseende.
2. En kula kastas snett uppåt under en viss elevationsvinkel α. När kulan passerar kastbanans högsta punkt, är dess rörelseenergi $^2/_5$ av vad den var från början. Beräkna vinkeln α. Luftmotståndet kan vid beräkningen lämnas utan avseende.
3. En smal, rak, homogen och jämntjock stång, som väger 10 kg, är upphängd i en krok med hjälp av en lina, som är fästad i stångens ena ända. Kroken är anbragt i en vertikal vägg. En person fattar tag i ett rep, som är fastgjort vid stångens nedre ända, och drager

stången rakt ut från väggen. Repet hålles därvid horisontellt. I ett visst läge lutar stången 45° mot horisontalplanet. Angiv till storlek och riktning den kraft, varmed stången påverkar linan. Figur kräves, i vilken de på stången verkande krafterna är utsatta. Från linans och repets tyngd bortses.

4. En ljuskälla befinner sig 40 cm från en negativ lins på dennas huvudaxel. På andra sidan linsen, på 10 cm avstånd från denna, är en plankonvex glaslins placerad så, att de båda linsernas huvudaxlar sammanfaller. Den sistnämnda linsens buktiga yta har krökningsradien 7,5 cm. På en skärm, 50 cm från denna lins, erhålles en reell bild av ljuskällan. Beräkna den negativa linsens brännvidd. Båda linserna kan anses vara tunna. Figur med enkel strålgång erfordras. Det är därvid tillräckligt att följa en stråle, som utgår från ljuskällans skärningspunkt med huvudaxeln och bildar vinkel med denna. I figuren kan båda linserna ritas som räta linjer.
5. När ett normalt, ackommodationsfritt öga betraktar ett mycket avlägset föremål genom en teaterkikare (Galileis kikare), är dennas vinkelförstoring 3,6. Man önskar nu med kikaren avläsa en skala, som placerats 180 cm framför objektivet, vinkelrätt mot huvudaxeln. Därvid måste okularet utdragas 2,0 cm, för att ögat skall se en slutbild, belägen på oändligt avstånd. Ögat hålles vid avläsningen tätt intill okularet. Beräkna förhållandet mellan den synvinkel, under vilken man då genom kikaren ser en skaldel på skalan, och den synvinkel, under vilken man skulle se skaldelen utan kikare, om ögat därvid hölles på oförändrat avstånd från skalan. Objektiv och okular får betraktas som enkla, tunna linser. Figur återgivande bildkonstruktionen erfordras. Skaldelens ena ändpunkt må placeras på huvudaxeln.
6. Man önskade bestämma resistanserna hos två voltmetrar A och B. Man bildade då en strömkrets med ett batteri, ett motstånd på 1000 ohm och voltmetern A i serie. Voltmetern B kopplades parallellt med motståndet. Då avlästes på A 2,16 V och på B 0,20 V. Sedan lät man voltmetrarna byta plats. Utslagen blev då på A 0,90 V och på B 1,46 V. Hur stora är resistanserna för voltmetrarna enligt dessa försök? Kopplingsschema erfordras.
7. En viss amperemeters mätområde kan ändras med hjälp av lösa tillsatsmotstånd. Denna amperemeter är inkopplad i en strömkrets, innehållande en konstant elektromotorisk kraft och ett fast motstånd. Om mätområdet 0—10 A används, fås utslaget 0,90 A. Använder man i stället mätområdet 0—1 A, avläser man ett värde på strömstyrkan, som med 0,15 A skiljer sig från det förut erhållna. Beräkna den ström, som passerar genom samma strömkrets, då amperemetern kortslutes.

8. I atomfysiken används ofta en energienhet, som kallas elektronvolt (eV). Den anger den ändring, rörelseenergin hos en elektron undergår, när elektronen genomlöper ett elektriskt fält med spänningen 1 V. En miljon elektronvolt tecknas 1 MeV. Beräkna i MeV den energi, som frigöres, då massan hos en elektron omvandlas till energi. För omvandlingen gäller sambandet $E=m\cdot c^2$, där E är energin i newtonmeter (joule), om massan m mätes i kilogram och ljushastigheten c i m/sek. Förhållandet mellan mätetalen för elektronens laddning i amperesekunder (coulomb) och dess massa i kg är $1{,}76\cdot 10^{11}$. Ljusets hastighet kan vid beräkningen antagas vara $3{,}00\cdot 10^8$ m/sek.

Resultat: 1. 20 kcal. 2. 51°. 3. Kraften, $\sqrt{125}=11$ kp, är riktad i linans riktning, snett nedåt, och bildar 63° med horisontalplanet ($\operatorname{tg} v=2$). 4. −16 cm. 5. 13 : 3. 6. A och B resp. 6300 och 1400 ohm. — Det förutsättes tydligen, att batteriets emk är konstant och dess inre motstånd försumbart. Detta kommer visserligen till uttryck därigenom att summan av de avlästa spänningarna i båda fallen är lika. Men det torde nog lika fullt böra utsägas i texten, till undvikande av komplikationer för eleven vid behandlingen. 7. 0,92 A. — Strömstyrkan är i andra fallet 0,75 A. Proportionalitet råder mellan storleken av instrumentutslagen, 0,09 resp. 0,75 av fullt utslag, och spänningarna över amperemetern, dvs. $(E-0{,}9R)/(E-0{,}75R)=0{,}09:0{,}75$, varav $E/R=0{,}92$. I R inbegripes det fasta motståndet och strömkällans inre motstånd. 8. 0,511 MeV.

Realexamen och praktisk realexamen v. t. 1957

I. Provräkning i realexamen

1. Lös ekvationen $(x+0{,}4)^2+(x+0{,}2)^2-2(x-0{,}4)(x-0{,}5)=1{,}6$
2. Tre yttervinklar till en triangel förhåller sig som 6 : 7 : 12. Hur stor är triangelns minsta vinkel?
3. En affärsman brukar resa med tåg mellan Lund och Göteborg. Enkel biljett kostar 30 kr, tur- och returbiljett $66\frac{2}{3}$ % mera. Han begagnar sig av ett s. k. rabattkort, vilket kostar 350 kr per år och berättigar honom att köpa biljett till halva priset. Hur många tur- och returresor mellan Lund och Göteborg måste affärsmannen minst företaga under ett år för att inte förlora på att köpa rabattkort?
4. I en cirkel med radien 8,5 dm drages diametern AC och kordorna AB och CD, vilkas längder är 15 respektive 8,5 dm. B och D ligger

på var sin sida om AC. Om BC och AD drages, erhålles en fyrhörning $ABCD$. Beräkna dennas yta.

5. Nämnaren i ett bråk är 300 och täljaren summan av två tal, av vilka det ena är 21. En elev, som vill förkorta bråket med 3, dividerar nämnaren med 3 men begår felet att dividera endast talet 21 i täljaren med 3, vilket medför, att bråkets värde ökas med $\frac{41}{75}$. Vilket är bråket?
6. En rät cirkulär kon av trä med höjden 5 cm och basdiametern 8 cm stympas medelst ett plant snitt, parallellt med konens basyta och på avståndet 3,75 cm från denna. Vinkelrätt mot snittytan borras genom den stympade konen ett cylindriskt hål med 1 cm radie, så att konens och cylinderns axlar sammanfaller. Hur många procent utgör den återstående kroppens volym av den ursprungliga konens?
7. En buss förbrukar 40 l bensin under $3\frac{1}{2}$ timmes gång och en annan 4 l under 27 minuter, om båda kör samma väg med en hastighet av 40 km/tim. Då bussarnas hastighet ökas med 25 %, ökas bensinförbrukningen per timme med 40 %. Hur stor blir den sammanlagda bensinåtgången för bussarna, om båda kör en och samma vägsträcka av 22,5 mils längd med den högre hastigheten?
8. I ett likbent parallelltrapets $ABCD$ är sidan AD parallell med sidan BC och diagonalen AC vinkelrät mot sidan AB. Beräkna trapetsets yta, då AB är 2,7 dm och BC 4,5 dm.

Resultat: **1.** $x=0{,}6$. **2.** 7,2°. **3.** Minst 14 tur- o. returresor. **4.** $(60+36\frac{1}{8}\sqrt{3})$ dm^2 = 122,6 dm^2. **5.** $(21+82)/300$. **6.** 84,4 %. **7.** 128 l. **8.** 6,22 dm^2.

II. Provräkning i realexamen, avkortad kurs

2. Nominella värdet på aktierna i ett kvarnbolag är 50 kr. Utdelningen ett år var 7 %. Hur mycket skulle man kunna ge för en sådan aktie, om man nöjer sig med 5 % årlig ränta på sina i företaget placerade pengar?
4. Lös ekvationssystemet $\quad \frac{4}{9}x=5y:3 \quad ; \quad (x+5y):\frac{7}{8}=20$
5. En pojke cyklade en dag från sitt hem i A för att bege sig till en annan ort B och körde i medeltal 250 m i minuten. När han tillryggalagt 12 km, gick cykeln sönder, varför han inte kunde fortsätta sin färd. Efter 25 minuters uppehåll fick han följa med en bilist, som körde direkt till B med en medelhastighet av 60 km i timmen. På detta sätt anlände pojken till B 35 minuter tidigare, än han hade beräknat, då han körde hemifrån. Hur långt var det mellan A och B?

6. En affärsman, som inköpt en viss vara för 105 kr, beräknar pålägget till 40 %. Omkostnaderna i samband med försäljningen uppgår till 18 % av inköpspriset. Han säljer varan med 5 % kassarabatt. Hur stor blir vinsten i procent av samtliga kostnader?

Uppg. 1, 3, 7, 8 utgjordes av uppg. 1, 3, 5, 7 i provräkning I.

Resultat: **2.** 70 kr. **4.** $x=7{,}5$; $y=2$. **5.** 32 km. **6.** 12,7 %.

III. Provräkning för huslig linje

Uppg. 1, 2, 3, 5, 7 i provräkning I och 2, 5, 6 i II. — Av utrymmesskäl har uppg. för handelslinjen ej kunnat medtagas.

IV. Provräkning för maskinteknisk linje

1. Lös ekvationen $\dfrac{3x+2}{x-1}-\dfrac{18}{x^2-1}-2=0$

3. I en rätvinklig triangel är hypotenusan 5,724 m och ena kateten 4,358 m. Beräkna den i triangeln inskrivna cirkelns radie.

4. Ett papper av s. k. A4-format har formen av en rektangel, vars längd är $\sqrt{2}$ gånger bredden och vars yta är $\frac{1}{16}$ m². Ange papperets längd och bredd i millimeter.

7. För jordens massa m ger Newtons gravitationsteori $m=\dfrac{9{,}81\cdot r^2}{6{,}66\cdot 10^{-11}}$ kg, där r är jordens radie i meter. Beräkna jordens medeltäthet i kg/dm³, om $r=6{,}37\cdot 10^6$ m.

8. I ändpunkten B till en diameter AB i en cirkel med medelpunkten O drages tangenten. En vinkel BOD avsättes lika med 30°. Vinkelbenet OD skär tangenten i punkten D. Från D avsättes åt B till en sträcka DE, som är tre gånger så stor som cirkelns radie. Linjen AE drages. Beräkna förhållandet mellan sträckan AE och halvcirkelbågen AB dels exakt, dels approximativt.

Uppg. 2, 5, 6 utgjordes av uppg 4, 6, 8 i provräkning I.

Resultat: **1.** $x_1=2$; $x_2=-7$. **3.** 1,172 m. **4.** 297 mm × 210 mm.
7. 5,52 kg/dm³. **8.** $\sqrt{120-18\sqrt{3}}/3\pi=1{,}00$.

V. Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje[1]

1. Vid vilken temperatur väger 1 liter luft 1 g, då dess tryck är 740 mm Hg. Vid 0° C och 760 mm tryck väger 1 liter luft 1,293 g.

[1] Provet för kemisk-teknisk linje utgjordes av uppg. 2, 3, 5—8 för maskinteknisk linje jämte en uppg. på tunna linser och en på elektrolys. Provet för teleteknisk linje utgjordes av uppg. 1—6 för maskinteknisk linje jämte två för linjen avpassade uppg. i ellära.

2. Man önskade bestämma tätheten hos en vätska och gick fördenskull tillväga på följande sätt. En bägare innehållande vätskan sattes på en brevvåg, som då visade 84 p. Bägaren med vätskan fick stå kvar på vågskålen. En metallkub med kantlinjen 2,5 cm fästes i en tunn tråd och sänktes ned i vätskan, utan att kuben berörde bägarens vägg eller botten. Brevvågen visade då 96,5 p. Beräkna härav vätskans täthet.
3. En industrianläggning har en ångkraftcentral, som levererar den erforderliga elenergin till anläggningen. Ångkraftcentralens totala verkningsgrad är 14 %. Industrianläggningens årliga behov av elenergi beräknas till 2,4 miljoner kWh. Hur många ton bränsle kan då beräknas åtgå under ett år, om bränslet vid förbränning avger 7000 kcal/kg? 1 kWh motsvarar 860 kcal.
4. Från nedre kanten av ett 6 m långt, glatt lutande plan kastas en kropp uppför planet. Vilken utgångshastighet måste kroppen ges, för att den nätt och jämnt skall passera planets övre kant? Tyngdkraftens acceleration = 9,8 m/sek². Planets lutningsvinkel är 30°.
5. Tilloppet till ett badkar är försett med ett blandarmunstycke, där det varma och det kalla vattnet blandas, innan det rinner ned i karet. Öppnas enbart varmvattenkranen för fullt, kan det tomma karet fyllas på 20 minuter. Genom kallvattenkranen kan det tomma karet fyllas på lägst 12 minuter. Temperaturen är hos varmvattnet 76° C och hos kallvattnet 12° C. Vilken temperatur kommer vattnet att få i blandarmunstycket, om båda kranarna öppnas för fullt?
6. En milliamperemeter gör fullt utslag för en spänning mellan klämskruvarna på 150 mV. Förses instrumentet med en shunt, vars resistans är 0,250 ohm, gör instrumentet fullt utslag, då strömmen i den ogrenade ledningen är 0,75 A. Beräkna instrumentets egen resistans. Kopplingsschema erfordras.
7. Ett batteri anslutes till ändpunkterna A och B av ett motstånd AB med resistansen 24 ohm. Mellan punkten A och en längs motståndet förskjutbar glidkontakt C inkopplas en glödlampa märkt 6 V, 12 W. Kontakten C flyttas till ett sådant läge, att lampan får den spänning den är avsedd för. Batteriets polspänning är därvid 24 V. Beräkna den ström som då går genom batteriet. Kopplingsschema erfordras.
8. Mellan två punkter A och B är två varierbara motstånd R_1 och R_2 inkopplade parallellt med varandra. Resistansen hos R_1 kan varieras från noll till 50 ohm och hos R_2 från noll till 100 ohm. Punkten B anslutes till ena ändpunkten C av ett fast motstånd CD på 100 ohm. Punkterna A och D anslutes till likströmsnätet, vars spänning är 220 V. Mellan vilka värden kommer strömstyrkan i CD att variera, om

a) R_1 är fast inställt på 50 ohm medan resistansen hos R_2 varieras från noll till 100 ohm,
b) R_2 är fast inställt på 100 ohm medan resistansen hos R_1 varieras från noll till 50 ohm?
Kopplingsschema erfordras.

Resultat: 1. 71° C. 2. 0,8 g/cm³. 3. 2110 ton. 4. 7,7 m/sek. 5. 36° C. 6. 1 ohm. 7. 2,4 A. 8. Strömstyrkan varierar i båda fallen från 2,20 A till 1,65 A.

VI. Kemi med laboratorieteknik för kemisk-teknisk linje

1. Vilka av följande ämnen är lösliga och vilka är svårlösliga i vatten a) Na_2CO_3 b) $Ca(H_2PO_4)_2$ c) $PbSO_4$ d) AgCl e) $Ba(NO_3)_2$ f) $CaCO_3$ g) $HgCl_2$?
2. Redogör med angivande av reaktionsformler för framställning av följande ämnen a) kalciumhydroxid ur kalksten b) natriumsilikat c) etylacetat d) acetylen.
3. Vilka ämnen bildas vid de båda elektroderna då vattenlösningar av följande ämnen elektrolyseras var för sig a) H_2SO_4 b) NaOH c) $Cu(NO_3)_2$? Elektroderna angripes inte av de vid elektrolysen bildade ämnena.
4. Vad menas med a) väteersättande b) icke väteersättande metall? Redogör för vad som bildas då a) en väteersättande metall t. ex. zink (valens = 2) b) en icke väteersättande metall t. ex. koppar (valens = 2) behandlas med 1. saltsyra 2. salpetersyra 3. utspädd respektive varm koncentrerad svavelsyra. Angiv även reaktionsformler.
5. Angiv kemiska formler och strukturformler för a) etan (etylen) b) formaldehyd c) isopropylalkohol.
6. Redogör för tre principiellt olika metoder att framställa ättiksyra.
7. 2,0 kristalliserat zinksulfat, $ZnSO_4 \cdot xH_2O$, upphettas till konstant vikt, varvid allt kristallvatten bortgår. Viktsförlusten är 0,877 g. Hur många molekyler kristallvatten räknat per atom Zn innehåller det kristalliserade zinksulfatet?
8. En kaliumpermanganatlösning innehåller 1,58 g $KMnO_4$ per liter. En lösning innehållande $FeSO_4$ förbrukar vid titrering i svavelsyrasur lösning 24,0 ml av ovan angivna kaliumpermanganatlösning. Beräkna hur många g $FeSO_4$ lösningen innehåller.
9. Hur många ml 0,5 N NaOH skall sättas till 500 ml 0,12 N NaOH för att den så erhållna lösningen skall bli 0,2 N med avseende på NaOH.
10. 0,5 g kristalliserat kopparsulfat, $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ löses i 50,0 ml vatten. Lösningen göres svagt sur med utspädd svavelsyra. Hur många ml

svavelväte, H_2S, av 0° C och 760 mm Hg åtgår teoretiskt för att ur ovan angivna lösning utfälla all koppar som CuS?

Atomvikter:
Cu=63,6 Fe=55,8 K=39,1 Mn=54,9 S=32,1 Zn=65,4

Resultat: **7.** 7 molekyler H_2O/Zn · atom. **8.** 0,182 g $FeSO_4$. **9.** 133,3 ml 0,5 N NaOH. **10.** 44,9 ml H_2S.

VII. Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskin-teknisk linje

1. Vid en skruvväxel har skruvhjulet 60 kuggar och skruven 3 ingångar. Skruven driver hjulet och på hjulets axel verkar ett vridmoment av 7000 kpcm. Utväxlingens verkningsgrad är 0,86. Hur stort vridmoment erfordras på skruvens axel?
2. En vattenturbins elgenerator ger 3000 kW vid 26,0 m fallhöjd och en vattenmängd av 15,2 m^3/s. Generatorns verkningsgrad är 94 %. Beräkna turbinens verkningsgrad.
3. Vid en sommarfest skall sittplatser ordnas för åskådarna. Man har plankor med 20 cm bredd och 4,1 cm tjocklek och placerar dem på bockar, som står på 2,1 m avstånd från varandra. Mellan bockarna erhålles då plats för 4 personer, som kan antagas väga 73 kg per man. Vid beräkningen kan man antaga plankorna fritt upplagda i båda ändar och belastade med en jämnt fördelad last av $4 \times 73 = 292$ kp. Beräkna a) böjspänningen i plankan, b) nedböjningen. Elasticitetsmodulen kan sättas = 100 000 kp/cm^2.
4. Ett industriföretag, som förut använt enbart eldningsolja nr 3 för drift av sina ångpannor, måste övergå till att delvis elda med stenkol. Eldningsoljan har ett värmevärde av 9900 kcal/kg och en täthet av 0,93 kg/dm^3, under det stenkolens värmevärde är 6470 kcal/kg. Kolen skall ersätta 150 m^3 olja. Vid oljeeldning är pannans verkningsgrad 81 %, vid koleldning åter 76 %. Hur många ton stenkol erfordras?
5. Ett kugghjul av stålgjutgods har 30 kuggar och modulen = 8 mm. Kuggens tjocklek vid kuggfoten är 2 × modulen. Kuggens höjd är också 2 × modulen och dess bredd i axelns riktning = 6 × modulen. Den tillåtna böjspänningen på materialet är 7 kp/mm^2. a) Med hur många kp får kuggen belastas i toppen? b) Den periferikraft, som kugghjulet kan överföra är emellertid på grund av ojämnheter i driften mindre än den nyss beräknade kraften och denna måste därför divideras med en faktor $k = 1 + v/10$ där v = periferihastigheten i m/s. Antag att den så beräknade periferikraften angriper på delningscirkelns diameter och beräkna, hur många hästkrafter hjulet kan överföra vid 360 r/min.

6. Hållfastheten och sträckgränsen och därmed även den tillåtna påkänningen hos stål sjunker med stigande temperatur. Härtill måste hänsyn tagas vid beräkning av plåttjockleken hos cylindrar med inre övertryck (tryckkärl). För olika temperaturer hos plåten anges den tillåtna dragpåkänningen i nedanstående tabell, som gäller en viss plåtkvalitet vid fullgod svetsning. Beräkna plåttjockleken för en cylinder med 1200 mm inre diameter, utsatt för ett inre övertryck av 28 kp/cm² för de olika temperaturerna. Rita ett diagram, som visar hur plåttjockleken varierar med temperaturen och avläs i detta, vilken plåttjocklek en cylinder med 1200 mm inre diameter vid ett övertryck av 28 kp/cm² och 260° temperatur minst bör ha.

Temperatur ° C	175	225	275	300	325
Tillåten spänning kp/cm²	1110	1050	900	780	660

7. En ändtapp skall dimensioneras för en jämnt fördelad last av 1,5 Mp. Böjspänningen (σ) får vara högst 600 kp/cm² och bör ligga i närheten av detta värde. Yttrycket på tappen (p) bör ligga något under 55 kp/cm² och får icke vara större. Beräkna lämplig diameter och längd. Till ledning för beräkningen kan nämnas, att förhållandet mellan tappens längd (l) och dess diameter (d) kan beräknas ur ekvationen

$$l/d = \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot \sigma}{p}}.$$

8. Ett horisontellt verandatak med 6 meters längd och 3 meters bredd uppbäres längs ena långsidan av stugväggen och längs den andra av 4 stycken kvadratiska träpelare med 2,0 meters inbördes avstånd. Summan av takets egen vikt och belastningen av snö et cetera är 250 kp/cm². Pelarna är 2,7 meter höga och är styrda i båda ändar, men icke inspända (Eulers andra fall). Beräkna de mest belastade av dem med 8-faldig säkerhet. $E = 100\,000$ kp/cm². För att finna trycket på de mest belastade pelarna måste man först rita upp en plan över taket och studera den.

Resultat: 1. 407 kpcm. 2. 82,5 %. 3. a) 137 kp/cm² b) 31 mm. 4. 228 ton. 5. a) 896 kp b) 37 hk. 6. 18 mm. 7. T. ex. diameter = 44 mm och längd = 64 mm. 8. $3\frac{1}{2}'' \times 3\frac{1}{2}''$.

Läroverksadjunkt Verner Carlson och ingenjör Åke Widerström vid Vasa realskola i Stockholm, som stått tidskriften till tjänst med svaren till uppgifterna i beskrivande maskin- och byggnadslära, har framhållit önskvärdheten av att uppgifter i detta prov ej uppdelas på två beräkningsuppgifter, a och b, såsom skett nu och tidigare. En dylik uppdelning försvårar bedömningen och medför risk för olika värderingar vid skilda skolor.

Forts. från sid. 134.

förrän på sidan 124 framträder som en stor nackdel. Det används knappast i fortsättningen utom vid behandlingen av salters hydrolys på gammalmodigt sätt, där felaktiga uttryck för »jämvikter» ställas upp. Den högst kuriösa uppgiften, att $NaHSO_4$ bildas »in der Kälte» och Na_2SO_4 »in der Hitze» av natronlut och svavelsyra må vara ett exempel på de krystade förklaringar, som den för-arrheniuska reaktionsläran kan föra till.

Men det är en bra bok! Flera gånger under läsningen har jag tänkt på en viss provårshandledares kritik av en serie: »Jag ogillar helt ditt sätt att lägga upp undervisningen, men om det nu skall göras på det sättet, så har du gjort det utmärkt!» *Bertil Englund*

H. Langeheine, *Qualitative Analyse in den chemischen Arbeitsgemeinschaften.* Praxis-Schriftenreihe, Aulis Verlag, Frankenberg, 1957. 41 S., DM 3.80.

Häftet är avsett för elevlaborationer; i Sverige kan det intressera den lärare, som utom en god och utförlig framställning av den vanliga analysgången vill få upplysningar om några nyare specialreagens på joner. *Bertil Englund*

Robert Jungk, *Heller als tausend Sonnen. Die Geschichte der Atomforscher.* Alfred Scherz Verlag, Bern 1956, 368 S.

Den schweiziske journalisten Jungk är som författare till en reseskildring, »Die Zukunft hat schon begonnen, Amerikas Allmacht und Ohnmacht» (1952), inte helt okänd.

Jungks nya verk, en historisk och psykologisk studie, som börjar med Rutherford och slutar med Oppenheimer-affären, imponerar i förstone. Författaren refererar till ett hundratal kända personer och en mängd dokument. Tyvärr finner man att förklaringen »Für die Wiedergabe und Aussage ihrer (= intervjuobjektens) Aussagen trage ich die Verantwortung», är så gott som den enda av författarens utsagor som inte behöver prövas. Så t. ex. återges och kommenteras på fullt allvar den skämtsamma versionen av historien om Bohrs flykt från Sverige till Skottland i en Moskitos bombrum. Den amerikanska politiska och militära ledningens skrupelfrihet är författarens favoritteori, men detta föranleder den initierade läsaren att anställa en jämförelse med författarens egen taktfullhet.

Jungk äger en utmärkt berättartalang, betraktad som ren underhållningslektyr är hans bok förträfflig. Boken har också ett visst värde på grund av det rika källmaterial som återspeglas i den. Som historisk läsning av högre klass kan man hänvisa till Laura Fermis fängslande biografi över sin make (1954). *Hans von Ubisch*

ytt i matematik

årig och 4-årig realskola

DSTRÖM · ÖIJE

RITMETIK OCH EKVATIONSLÄRA

1

klass 1^3 eller 1^4 och 2^4

3:85

2

ommer till ht 1958

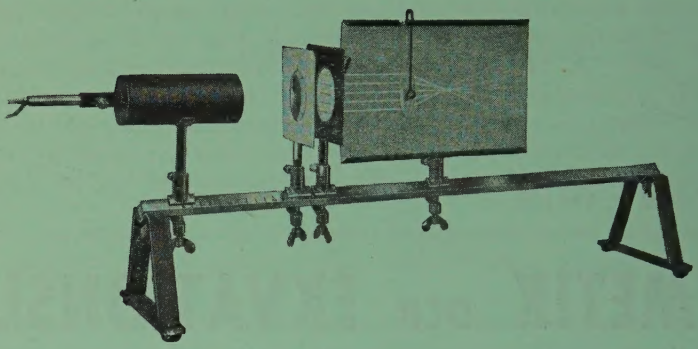
»Samma författares sedan cirka 30 år välkända lärobok för femåriga realskolor och flickskolor har omarbetats och uppdelats på två delar.

... Det har i boken tillkommit många förtjänstfulla, enkla tillämpningar på geometriska satser. Exemplen synes — i stort sett — vara mycket väl avpassade till både form och innehåll».

Lektor Karl Degerholm
i utlåtande till Läroboksnämnden

B
SVENSKA
OKFÖRLAGET

SKOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20, Stockholm C · Postgiro 55 160
UTSTÄLLNING · LÄRAREXEMPLAR · REKVISITIONER
Utställning även
Göteborg, Parkgatan 19 · *Malmö*, Hamngatan 4
Linköping, Klostergatan 26 · *Luleå*, Tullgatan 16



Med Norstedts experimentsats för optik

kan alla demonstrationsförsök utföras, som ingår i folkskolans och realskolans kurs. En utförlig handledning med illustrationer gör försöken lätta att utföra utan tidsödande förberedelser. Pris inklusive specialinredd förvaringslåda av trä endast 285: —

Med kompletteringsdetaljer kan lådan även användas för gymnasiets kurs

NORSTEDTS SKOLAVDELNIN

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ · SUNDSV

Lund 1957, Håkan Ohlssons Boktryckeri